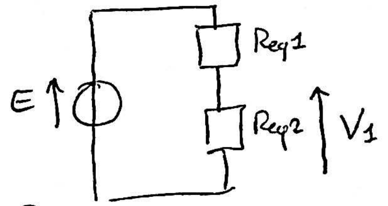
1) Montage potentiométrique

$\sqrt{1}$

1. Schéma équivalent



r et R−r en série

$$R_{eq1} = r + (R_1 - r) = R_1$$

R et Rd en //

$$R_{eq2} = \frac{R R_d}{R + R_d} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_d}$$

Pont diviseur :

$$V_1 = \frac{R_{eq2}}{R_{eq1} + R_{eq2}} E = \frac{1}{1 + \frac{R_{eq1}}{R_{eq2}}} E = \boxed{\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R} + \frac{R_1}{R_d}} E}$$

Schéma /1 ou Loi des mailles/noeuds /1
Req /1 ; Loi d'Ohm
Pont div /1 ; avec schéma et notation /3
Résultat /1 ; Résultat /1

2. Si $\boxed{R_d \gg R}$ alors $R_{eq2} \simeq \frac{R R_d}{R_d} = R$

Dans ce cas $\boxed{V_1 = \frac{R}{R + R_1} E}$ indépendant de Rd

$R_d \gg R$ /1
V_1 indep de Rd /1

3. $$\frac{V_1}{E} = \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + R_1 + \Delta R} \underset{\Delta R \ll R_0}{\sim} \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + R_1}\left(1 - \frac{\Delta R}{R_0 + R_1}\right)$$

$$\sim \frac{R_0}{R_0 + R_1} + \underbrace{\Delta R \left(\frac{1}{R_0 + R_1} - \frac{R_0}{(R_0 + R_1)^2}\right)}_{= \frac{R_1}{(R_0 + R_1)^2}} - \underbrace{\frac{\Delta R^2}{(R_0 + R_1)^2}}_{\text{ordre 2 en } \Delta R/R}$$

ordre 2 en $\Delta R/R$ négligeable devant

négliger $\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2$ devant $\frac{\Delta R}{R}$ /1
résultat $\Delta V_1 = \frac{R_1 E}{(R_0 + R_1)^2} \Delta R$ /1

on obtient

$$\boxed{V_1 = \underbrace{\frac{R_0}{R_0 + R_1} \times E}_{\text{valeur de } V_1 \text{ en } T = T_0} + \underbrace{\frac{R_1 E}{(R_0 + R_1)^2} \times \Delta R}_{\text{variation de tension } \Delta V_1}}$$

valeur de V_1 en $T = T_0$ (à renommer V_{10}) problème énoncé

variation de tension ΔV_1 due à ΔR au premier ordre en $\Delta R/R$

4. Résultat immédiat : $$\frac{(\sqrt{R_1})^2}{(\sqrt{R_1})^2} \times \underbrace{\frac{\Delta V_1}{\Delta R}}_{\text{expression précédente}} = \frac{E}{\left(\frac{R_0}{\sqrt{R_1}} + \sqrt{R_1}\right)^2}$$

/1
↳ ⚠ −0,5 si arnaque !

5. On cherche à maximiser $f : x \longrightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + x\right)^2}$ avec $x > 0$, $x = \sqrt{\frac{R_1}{R_0}}$

$$f'(x) = -2\left(-\frac{1}{x^2} + 1\right) \times \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + x\right)^3} \quad \text{nul quand } x = \pm 1 \rightarrow x = 1 \Rightarrow \boxed{R_1 = R_0}$$

$$S = (E/R_0) \times f\left(\sqrt{\frac{R_1}{R_0}}\right) \quad \text{et} \quad \boxed{S_{max} = \frac{E}{R_0} \times f(1) = \frac{E}{4 R_0}}$$

A.N : Pour $S = S_{max}$:

$R_1 - r = R_0 - r = 89{,}8\ \Omega$ (à arrondir à $90\ \Omega$ normalement)

$\Delta R_{minimal} = \frac{\Delta V_1 \text{ minimal}}{\ldots} = \frac{0{,}01}{\ldots} \times 4 \times 109{,}8\ \Omega = 0{,}4(396)\ \Omega$

identifier une fonction de $\sqrt{R_1}$ et trouver le maximum /1
$R_1 = R_0$ pour $S = S_{max}$ /1
$S_{max} = \frac{E}{4 R_0}$ /1
AN $R_1 - r$ /1
AN ΔR_{mini} /1

6. $V_1 = \frac{R_0}{R_0+R_1} E + S \Delta R$ d'après la question 3.

si E fluctue, en négligeant le terme en $\Delta E \times \Delta R$,

$$\boxed{\Delta V_1 = \frac{R_0}{R_0+R_1} \Delta E}$$

On obtient $\Delta V_1 = \frac{R_0 \Delta E}{R_0+R_1}$ à comparer à $\Delta V_1 = \frac{R_1 E \Delta R}{(R_0+R_1)^2}$

avec $R_0 = R_1$.

La fluctuation de la fem doit vérifier $\frac{\Delta E}{2} < \frac{E}{4R_0} \Delta R$

Soit une fluctuation relative $\boxed{\frac{\Delta E}{E} < \frac{\Delta R}{2R_0}} = \frac{\Delta V_{1min}}{2R_0 S_{max}} = \frac{2\Delta V_{min}}{R_0 E}$

pour les A.N.

A.N : $\Delta E < \frac{10 \times \Delta V_{1min} \times 2}{1098 \times 10,0} = \frac{0,2}{1098} \simeq \underline{2.10^{-4} \text{ Volt}}$

/1 formule

/1 inégalité

/1 A.N

12

2) Pont de Wheatstone.

7.

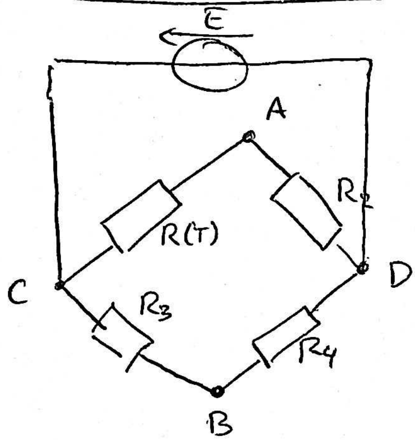


Schéma /1

Pont diviseur de tension sur la branche CBD :

$$V_C - V_B = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \times E \quad (a)$$

Utilisation des potentiels et non pas des tensions /1

branche CAD :

$$V_C - V_A = \frac{R(T)}{R(T) + R_2} E \quad (b)$$

Justification du résultat /1 (pont diviseur ou lois des circuits)

Résultat /1

(b) - (a) : $\boxed{\underbrace{V_B - V_A}_{=V_2} = \left(\frac{R(T)}{R(T)+R_2} - \frac{R_3}{R_3+R_4}\right) E}$ (c)

8. Équilibrage du pont pour $V_2 = 0$ soit

$$\frac{R_0}{R_0 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad (d)$$

$$\Rightarrow R_0(\cancel{R_3} + R_4) = R_3(\cancel{R_0} + R_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{R_0 R_4 = R_3 R_2}$$

Formule /1

9. On injecte (d) dans (c) :

$$\boxed{V_2 = \left(\frac{R}{R+R_2} - \frac{R_0}{R_0+R_2}\right) E}$$

Formule /1

10. Soit $R = R_0 + \Delta R$ avec $\frac{\Delta R}{R_0}$

Exercice 1

$$\frac{R}{R+R_2} = \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + \Delta R + R_2} \simeq \frac{R_0 + \Delta R}{R_0 + R_2}\left(1 - \frac{\Delta R}{R_0 + R_2}\right)$$

Utilisation du DL exercice 1 /1

$$\simeq \frac{R_0}{R_0+R_2} + \frac{\cancel{R_0} + R_2 - \cancel{R_0}}{(R_0+R_2)^2} \Delta R + \text{termes en } \frac{\Delta R}{R} \text{ négligeables}$$

Soit $\boxed{\Delta V_2 \simeq \frac{R_2 \Delta R}{(R_0+R_2)^2} E}$ $\quad \boxed{S = \frac{R_2 E}{(R_0+R_2)^2}}$

Formule /1

Similaire à l'exo 1 :

$$S = \frac{E}{R_0} \times \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{R_0}{R_2}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{R_0}{R_2}}}\right)^2}$$ maximale quand $\boxed{R_0 = R_2}$

$R_0 = R_2$ /1

$$\boxed{S_{max} = \frac{E}{4 R_0}}$$

/1 Formule

11. Plus le calibre du voltmètre est faible, plus la valeur de la tension sera précise. Mais il faut que V_2 soit "proche de zéro" ↳ très faible devant E pour utiliser le + petit calibre, ce qui est le cas car $V_2 \simeq 0 + S \times \Delta R$.

/1

12. $$V_2 \simeq \frac{R_2 \Delta R}{(R_0 + R_2)^2} (E + \Delta E)$$

Expression /1

donc $$\frac{\Delta V_2 \text{ à cause de } \Delta E}{\Delta V_2 \text{ à cause de } \Delta R} = \frac{\frac{R_2 \Delta R \Delta E}{(R_0+R_2)^2}}{\frac{R_2 E \Delta R}{(R_0+R_2)^2}} = \underbrace{\times \frac{\Delta E}{E}}_{\text{a priori très faible}}$$

Comparaison /1

$\frac{\Delta E}{E}$ faible /1

$\Delta V_{2(E)} << \Delta V_{2(R)}$ /1

donc ΔV_2 à cause de ΔE est négligeable.

III AP jetable

13. $\mathcal{E}_{condensateur} = \dfrac{1}{2} C_2 U_0^2$

A.N: $\mathcal{E}_{condensateur} = 75.10^{-6} \times 9.10^4 = \underline{6{,}75 \text{ Joules}}$

14. $u_{C2} = R_2 i_2$ loi d'Ohm

$i_2 = -C_2 \dfrac{du_{C2}}{dt}$ loi de comportement du condensateur (convention générateur)

soit $\boxed{\dfrac{du_{C2}}{dt} + \dfrac{1}{R_2 C_2} u_{C2} = 0}$

Solution générale de l'eq homogène :

$u_{C2}(t) = A \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$

Condition initiale :

$u_{C2}(0^+) = u_{C2}(0^-) \overset{\text{énoncé}}{=} U_0$

↑ continuité de la tension aux bornes de C_2

Soit $\boxed{u_{C2}(t) = U_0 \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right) \quad \text{avec } \tau = R_2 C_2}$

15. Décharge à 95% de la valeur initiale au bout de 3τ

A.N $\quad R_2 = \dfrac{T}{3C_2}$ avec $T = 1\text{ms}$

soit $R_2 \simeq \dfrac{10^{-3}}{5.10^{-4}} = \underline{2\ \Omega}$

16. En régime continu permanent / atteint au bout d'un "temps long" les tensions et courants sont constants. Or $i_1 = C \dfrac{du_{C1}}{dt} = 0$

$u_{L1} = L_1 \dfrac{di_1}{dt} = 0$

D'après la loi des mailles, $E = \cancel{R_1 i_1} + u_{C1} + \cancel{u_{L1}}$ ($u_{R_1} = 0$, $= 0$)

donc $u_{C1} = E$

17. Le courant traversant une bobine est mathématiquement continue, soit $i_1(0^+) = i_1(0^-) = 0$ ← interrupteur ouvert

18. RLC série

↳ $\dfrac{d^2 u_{C1}}{dt^2} + \dfrac{R_1}{L_1}\dfrac{du_{C1}}{dt} + \dfrac{1}{L_1 C_1} u_{C1} = \dfrac{E}{L_1 C_1}$

Eq du second ordre à coef constant : <u>oscillateur amorti</u>

/1 Notations conservées C_2, R_2, U_0

/1 Expression

/1 A.N

/1 équa diff avec loi d'Ohm et loi de comport de C

/1 sol générale
= 0 si "−" dans l'équation différentielle $y' - ay = 0$

/1 "continuité de la tension aux bornes de C"

/1 Sol finale.

$3\tau \to 95\%$ /1
$5\tau \to \underline{99\%}$
important → c'est un choix

$R_2 = 2\Omega$ /1

/1 Notations conservées $C_1, i_1, L_1, R_1, \ldots$

/1 tensions, courants constant ⇒ $\dfrac{d}{dt} = 0$

/1 loi des mailles pour trouver $u_{C1} = E$.

/1 Fonction i_1 continue
/1 interrupteur ouvert

/1 résultat eq diff à justifier (cours)

/1 "oscillateur amorti"

19. $Q = \frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$

A.N: $2\sqrt{\frac{36.10^{-3}}{2.10^{-7}}} = \frac{2\times 6}{\sqrt{2}}.10^2 \simeq 1,4 \quad \gg \frac{1}{2}$

Le régime est donc pseudo-périodique

La solution s'écrit :

$u_{C1}(t) = \left[A'\cos(\Omega t) + B'\sin(\Omega t)\right]\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) + E$

avec $\boxed{\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$ $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}}$ $\boxed{Q = \frac{1}{R_1}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}}$

$\boxed{\tau = \frac{2Q}{\omega_0} = \frac{2L_1}{R_1}}$

Conditions initiales :

$\begin{cases} u_{C1}(0^+) = 0 \\ u_{C1}(0+) = A' + E \end{cases}$ (condensateur déchargé $= u_{C1}(0^-)$ par continuité de la tension aux bornes de C)

$\Rightarrow \boxed{A' + E = 0}$

et $\begin{cases} i(0^+) = i(0^-) = 0 \\ i_1(0^+) = C\frac{du_{C1}}{dt}\Big|_{0^+} = C\left(B'\Omega + A'\left(-\frac{\omega_0}{2Q}\right)\right) \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{B' = \frac{A'\omega_0}{2Q\Omega}} \longrightarrow B' = -\frac{E}{2Q}$ si $Q \gg 1$

A.N: $Q = 2\sqrt{\frac{36.10^{-3}}{2.10^{-10}}} = \sqrt{20}\times 6.10^{3} \simeq 3.10^4$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2\times 36.10^{-13}}} = \frac{10^6}{\sqrt{7,2}} \simeq 0,4.10^6$ rad.s^{-1}

$\Omega \simeq \omega_0$ car $Q \gg 1$

$\tau = \frac{2\times 36.10^{-3}}{1/2} = 1,4.10^{-1}$ s

$A' = -1,5$ V

$B' = -1,5\times\frac{1}{2\times 3.10^4} \simeq -10^{-5}$ V

$u_{C1}(t) =$ (terme oscillant à la pulsation $\simeq \omega_0$) $\times$ (enveloppe expo décroissante) + valeur finale de $u_{C1}(t)$

20. Pour atteindre moins de 95 % de E, il faut attendre environ Q oscillations soit une durée de $\left(\frac{2\pi}{\omega_0}\times Q \simeq\right)\frac{6L_1}{R_1}$ $(=3\tau)$ soit environ 0,4 secondes

Si $R_1 \to 0$, le système ne s'amortit pas, $Q \to +\infty$. C'est un oscillateur harmonique (LC série)

Expression	A.N
Ω /1	/1
τ /1	/1
A' /1	/1
B' /1	/1

$Q > \frac{1}{2}$ régime pseudo-p /1

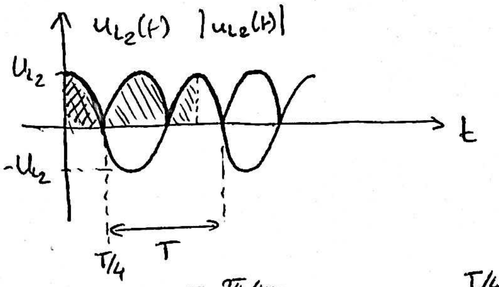
utilisation des C.I
↳ $u_{C1}(0^+)$ /1
↳ $i_1(0^+)$ /1

terme oscillant à ω_0 /1
enveloppe expo /1
valeur finale de u_{C1} /1

Expression de 3τ et 95% de E. /1
A.N /1

Commentaire $R_1 \to 0$ /1

21.



$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T=2\pi/\omega_0} |u_{L_2}(t)|\,dt = \frac{1}{T}\times 4\int_0^{T/4} u_{L_2}(t)\,dt$$

= 4

$$= \frac{4U_{L2}}{T\omega_0}\underbrace{\left[\sin(\omega_0 t)\right]_0^{\frac{\pi}{2\omega_0}}}_{=1}$$

$$\boxed{U_0 = \frac{4U_{L2}}{T\omega_0}} = \frac{2U_{L2}}{\pi}$$

Expression /1

A.N: $U_{L_2} = \frac{T U_0 \omega_0}{4} = \frac{\pi U_0}{2} \simeq \underline{4,8 \cdot 10^2 V}$

A.N /1

22. Si $U_{L_1} = 1,5V$, $\underline{\frac{U_{L2}}{U_{L1}} \simeq 3 \cdot 10^2}$ (en prenant $\frac{\pi}{2} \simeq 1,5$)

A.N /1