

# Épreuve de physique- 3 février 2025

Durée : 4h

- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Un résultat d'application numérique **ne doit pas** contenir d'opérations ou de fonctions (fraction, racine, logarithme, etc.) et sera **compté comme faux** s'il en contient.
- Les expressions littérales seront encadrées, et les applications numériques soulignées. **Une application numérique sans unité sera considérée fautive.**
- Si vous constatez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, indiquez le sur votre copie. Vérifiez tout de même que l'erreur ne provient pas de vous (homogénéité, ordre de grandeur, etc.).

## 1 Questions et exercices de cours (moins de 30 min)

1. Rappeler l'expression de l'impédance d'une bobine en convention récepteur. Donner la fonction de transfert d'un circuit RL série en plaçant la sortie aux bornes de la bobine. En quoi un circuit RL série peut être considéré comme un pseudo-dérivateur? Que doit vérifier la fréquence du signal d'entrée pour que la sortie soit sa dérivée?
2. Deux voitures prennent un rond point à deux voies à même vitesse, l'une à 4m du centre, l'autre à 9m. Quelle voiture subit l'accélération la plus importante? A quelle vitesse en km/h les voitures doivent aller pour subir une accélération de 10% de la valeur de l'accélération de la pesanteur? Donner la direction et sens du vecteur accélération.
3. Un boulet de canon est tiré depuis le sol. Quel angle de tir fait avec l'horizontale maximise la portée de tir? Expliciter le raisonnement.

## Étude du thérimine

Le thérimine fait partie des premiers instruments de musique électroniques. Il fût inventé dans les années 1920 par l'inventeur éponyme Lev Sergueïevitch Termen. On se propose d'étudier le fonctionnement de cet instrument.

### Document 1

Multiplier une fréquence audible par 2 correspond au passage à une octave supérieure en musique. Sachant que l'oreille humaine est sensible aux sons émis entre 20 Hz et 20 kHz, elle est sensible à 10 octaves ( $2^{10} \simeq 1000$ ).

### Document 2

Le thérimine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou pitch car l'instrumentiste commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche. La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur.

Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

*Extrait de l'épreuve A Banque PT 2018*



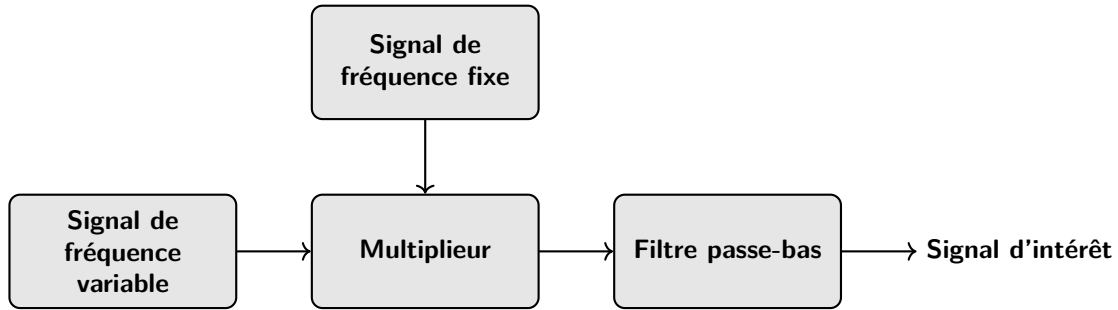
Lev Sergueïevitch Termen présentant son instrument en 1927.

### Document 3

Pour une antenne longue de 50 centimètres, avec un diamètre de un centimètre, la capacité est de l'ordre de dix picofarads ; cela signifie que sous une tension de un volt, l'antenne accueille 60 millions d'électrons. En approchant un bras à environ dix centimètres de l'antenne, et même si le corps humain est loin d'être un bon conducteur, on modifie notablement la capacité [de celle-ci], d'environ 0,5 picofarad. *Extrait de « En avant la physique ! », de J-M. Courty et E. Kierlik*

#### Document 4

La méthode de détection hétérodyne consiste, à partir d'un signal  $s_1(t)$  de fréquence fixe  $f_1$ , à détecter les variations de fréquence d'un signal sinusoïdal  $s_2(t)$  de fréquence  $f_2$  variable. Cette opération est essentiellement réalisée en deux étapes successives : la première vise à multiplier les signaux sinusoïdaux entre eux et la deuxième à filtrer le signal produit. Voici un schéma bloc représentant les différentes étapes :



L'opération de multiplication des signaux permet de créer deux signaux de fréquence différente comme le montre la relation ci-dessous :

$$\sin(2\pi f_1 t) \times \sin(2\pi f_2 t) = \frac{1}{2} [\cos(2\pi(f_1 - f_2)t) - \cos(2\pi(f_1 + f_2)t)] \quad (1)$$

L'étape suivante consiste à ne récupérer qu'une partie du signal formé. Le signal basse fréquence étant généralement la composante du signal recherché, on obtient un signal de sortie de fréquence  $|f_1 - f_2|$ .

## 2 Questions préliminaires

- Expliquez la présence de l'égalité  $2^{10} \simeq 1000$  dans le document 1 pour justifier le fait que l'oreille humaine perçoive 10 octaves.
- Quelle loi ou formule est utilisée pour aboutir à la relation (1) (une explication succincte est attendue) ?
- Justifier physiquement pourquoi la composante basse fréquence du signal de sortie obtenu vaut  $|f_1 - f_2|$  et pas  $f_1 - f_2$ .

## 3 Fréquence propre des oscillateurs

Les circuits oscillants présents dans le théremine peuvent être représentés par les deux circuits ci-dessous.

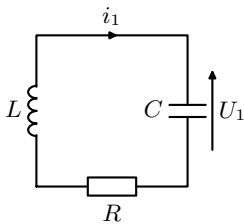


FIGURE 1 – Circuit oscillant de fréquence fixe.

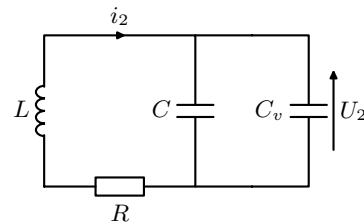


FIGURE 2 – Circuit oscillant de fréquence variable. La capacité  $C_v$  est la capacité supplémentaire provenant de l'instrumentiste (cf Document 3).

### 3.1 Etude du circuit de fréquence fixe

Dans le circuit de la figure 1 :

- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension  $U_1$ .
- En déduire que la fréquence propre  $f_1$  du circuit vérifie :

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2)$$

- Exprimer le facteur de qualité en fonction uniquement de  $L$ ,  $C$  et  $R$ .

On supposera que le facteur de qualité du circuit est bien supérieur à 1/2.

10. Quelle est la forme mathématique de la solution  $U_1(t)$  ?

11. Que devient l'équation différentielle lorsque la résistance  $R$  s'annule ? Quelle serait alors la forme mathématique de la solution  $U_1(t)$  ? Commentez.

### 3.2 Etude du circuit de fréquence variable

L'antenne et l'instrumentiste décrits dans le document 3 peuvent être modélisés comme les deux condensateurs en parallèles de la figure 2. La valeur de la capacité variable dépend de la position du bras de l'instrumentiste par rapport à l'antenne et reste faible par rapport à la capacité de l'antenne  $C$ .

12. Quel dipôle équivalent est formé lorsqu'on branche deux condensateurs en parallèle ?

13. D'après le document 3, justifiez qu'on puisse mettre la capacité équivalente formée par l'instrumentiste et l'antenne sous la forme :

$$C_{eq} = C(1 + \varepsilon),$$

où  $C \simeq 10^{-11}$  F, avec  $\varepsilon \simeq 0,05$  lorsque le bras du musicien est à dix centimètres de l'antenne.

14. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension  $U_2$ .

15. Exprimer la pulsation propre du système, que l'on notera  $\omega_2$ , en fonction uniquement de  $L$ ,  $C_{eq}$  et  $C_v$ .

L'expression  $1/\sqrt{(1+x)}$  peut être approchée, lorsque  $x$  est très petit devant 1, par l'expression  $1 - x/2$ . On parle de «développement limité à l'ordre un en  $x$  de l'expression  $1/\sqrt{(1+x)}$ ». Soit :

$$\frac{1}{\sqrt{(1+x)}} \simeq 1 - \frac{x}{2} \quad \text{pour } x \ll 1$$

16. Après avoir constaté que  $\varepsilon$  est petit devant 1, montrer que la fréquence caractéristique  $f_2$  du circuit peut être approché par l'expression suivante :

$$f_2 \simeq f_1 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \quad (3)$$

17. Que doit vérifier  $R$  pour que  $U_2$  s'exprime temporellement comme une fonction sinusoïdale du type  $U \sin(2\pi f_2 t + \varphi)$  avec  $U$  et  $\varphi$  des constantes ?

### 3.3 Comparaison des deux oscillateurs

On supposera que les tensions  $U_1$  et  $U_2$  peuvent se mettre sous la forme :

$$U_1(t) = U \sin(2\pi f_1 t) \quad (4)$$

$$U_2(t) = U \sin(2\pi f_2 t) \quad (5)$$

avec  $f_1$  et  $f_2$  les fréquences définies par les expressions (2) et (3).

18. Quelle(s) sont les conditions nécessaires pour obtenir l'expression temporelle des tensions  $U_1$  et  $U_2$  ci-dessus ?

19. En supposant que la fréquence  $f_1$  soit fixée à 20 kHz seuil maximal de la fréquence audible, combien vaut la fréquence  $f_2$  ?

20. Commentez l'impact du bras de l'instrumentiste sur la fréquence de l'oscillateur RLC lorsque  $f_1$  est fixé à 20 kHz. La fréquence est-elle modifiée de 10 octaves ?

## 4 Étude du multiplicateur et du filtre

### 4.1 Multiplication des signaux

Les deux tensions  $U_1$  et  $U_2$  sous forme (4) et (5) sont envoyées dans un multiplicateur. On récupère en sortie un signal de tension  $E(t) = \alpha U_1 U_2$ .

21. D'après le document 4, quel serait l'expression du signal de sortie  $E(t)$  ?

22. A quoi doit être homogène  $\alpha$  pour que le signal  $E(t)$  ait la dimension d'une tension ?

23. Exprimer les fréquences des deux composantes du signal de sortie en fonction de  $f_1$  et  $\varepsilon$ . On notera ces fréquences  $f^-$  et  $f^+$ , avec  $f^- < f^+$ .

24. Exprimer le signal  $E(t)$  sous la forme

$$E(t) = E^- \cos(2\pi f^- t) + E^+ \cos(2\pi f^+ t + \pi),$$

en exprimant les amplitudes  $E^-$  et  $E^+$  en fonction des données du problème.

## 4.2 Fonction de transfert du filtre RC

On impose le signal  $E(t)$  à un filtre RC série comme schématisé sur la figure 3. On récupère en sortie une tension  $S(t)$  qui est «filtrée». On suppose que les deux composantes du signal  $E(t)$  de fréquences  $f^-$  et  $f^+$  peuvent être traitées de manière indépendante.

Nous allons dans un premier temps traiter un signal d'entrée  $E(t) = E_0 \cos(2\pi ft)$  de fréquence  $f$  quelconque et étudier la valeur de la tension de sortie. Dans ce type de régime, le signal de sortie du filtre  $S(t)$  est à la même fréquence que celui en entrée du filtre. Le signal  $S(t)$  s'exprime alors :  $S(t) = S_0 \cos(2\pi ft + \varphi)$ .

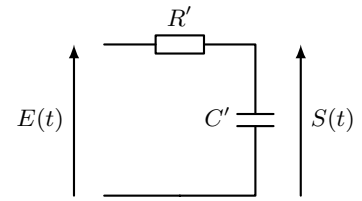


FIGURE 3 – Circuit RC série utilisé comme filtre

25. Comment s'appelle le régime permanent dans lequel se trouve le circuit RC série pour une tension d'entrée sinusoïdale ?
26. En utilisant l'impédance complexe du condensateur, déterminer la fonction de transfert du filtre notée  $\underline{H}(f) = \frac{S}{E}$ , en fonction de  $R'$  et  $C'$ .
27. De quel type de filtre s'agit-il ? Montrer que la fréquence de coupure notée  $f_c$  du filtre vérifie

$$f_c = \frac{1}{2\pi R' C'}$$

On rappelle qu'elle correspond à la fréquence pour laquelle le module de la fonction de transfert est égal au maximum de  $|\underline{H}|$  divisé par  $\sqrt{2}$ .

28. Tracer le diagramme de Bode asymptotique du filtre.
29. Donner l'expression de  $S(t)$ .
30. Dans le cas où la fréquence  $f$  est très petite devant la fréquence de coupure, que vaut le signal de sortie ? Que vérifie le signal de sortie à haute fréquence ?
31. Retrouver ces résultats à partir de l'étude du circuit à haute et basse fréquence et justifiez le nom donné au filtre.

## 4.3 Filtrage de la somme de deux signaux

Le filtre étudié appartient aux systèmes dit «linéaires et invariants temporellement». Concrètement, si en entrée du filtre la tension est une somme de signaux sinusoïdaux, alors la sortie du filtre correspond à la somme des signaux de sortie qu'aurait produit ce filtre si chaque signal d'entrée avait été envoyé de manière indépendante. Dans le cas qui nous concerne, le signal d'entrée est une somme de deux signaux (cf question 24.). On pourrait schématiser la situation de cette façon :

$$\begin{array}{ccc}
 E^- \cos(2\pi f^- t) & \xrightarrow{\text{filtre}} & S^- \cos(2\pi f^- t + \varphi^-) \\
 + & & + \\
 E^+ \cos(2\pi f^+ t + \pi) & \xrightarrow{\text{filtre}} & S^+ \cos(2\pi f^+ t + \pi + \varphi^+) \\
 = & & = \\
 E^- \cos(2\pi f^- t) + E^+ \cos(2\pi f^+ t + \pi) & \xrightarrow{\text{filtre}} & S^- \cos(2\pi f^- t + \varphi^-) + S^+ \cos(2\pi f^+ t + \pi + \varphi^+)
 \end{array}$$

32. Ecrire la forme de  $S(t)$  en fonction uniquement de  $E^-$ ,  $E^+$ ,  $f^-$ ,  $f^+$ ,  $f_c$ .
33. Le filtre est utilisé pour récupérer principalement la composante basse fréquence du signal  $E(t)$ . Expliquez comment choisir  $f_c$  par rapport à  $f^+$  et  $f^-$  pour que le signal de sortie puisse vérifier :

$$S(t) \simeq S^- \cos(2\pi f^- t)$$

34. En supposant que la fréquence  $f^-$  soit de 20 kHz, donner la valeur des fréquences  $f_1$  et  $f_2$ . Les fréquences  $f_1$  et  $f_2$  des oscillateurs sont-elles audibles ? Commentez le rôle de la méthode de détection hétérodyne.
35. En branchant le signal de sortie  $S(t)$  sur une enceinte, expliquez comment l'instrumentiste peut contrôler le son émis par le thérémine sur 10 octaves.