

# Épreuve de Physique-Chimie - 23 Septembre

Durée : 3h

Consignes :

- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Un résultat d'application numérique **ne doit pas** contenir d'opérations ou de fonctions (fraction, racine, logarithme, etc.) et **sera compté comme faux** s'il en contient.
- Les expressions littérales seront encadrées, et les applications numériques soulignées. **Une application numérique sans unité sera considérée fautive.**
- Les parties sont indépendantes.
- Si vous constatez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, indiquez le sur votre copie. Vérifiez tout de même que l'erreur ne provient pas de vous (homogénéité, ordre de grandeur, etc.).

## 1 Détermination expérimentale d'un indice optique

Une plaque de polyuréthane d'épaisseur 8 mm est posée sur un plan gradué tous les 5 mm (figure 1). On constate une déformation des graduations lorsqu'on les observe à travers la plaque : on cherche ici à utiliser ce phénomène bien connu pour mesurer l'indice optique du milieu. La prise de vue de la figure 1 est faite avec un smartphone dont l'appareil photographique est situé à 25 cm au dessus du plan et à l'aplomb de la position 0 du plan (graduation 0 non visible sur la photographie).

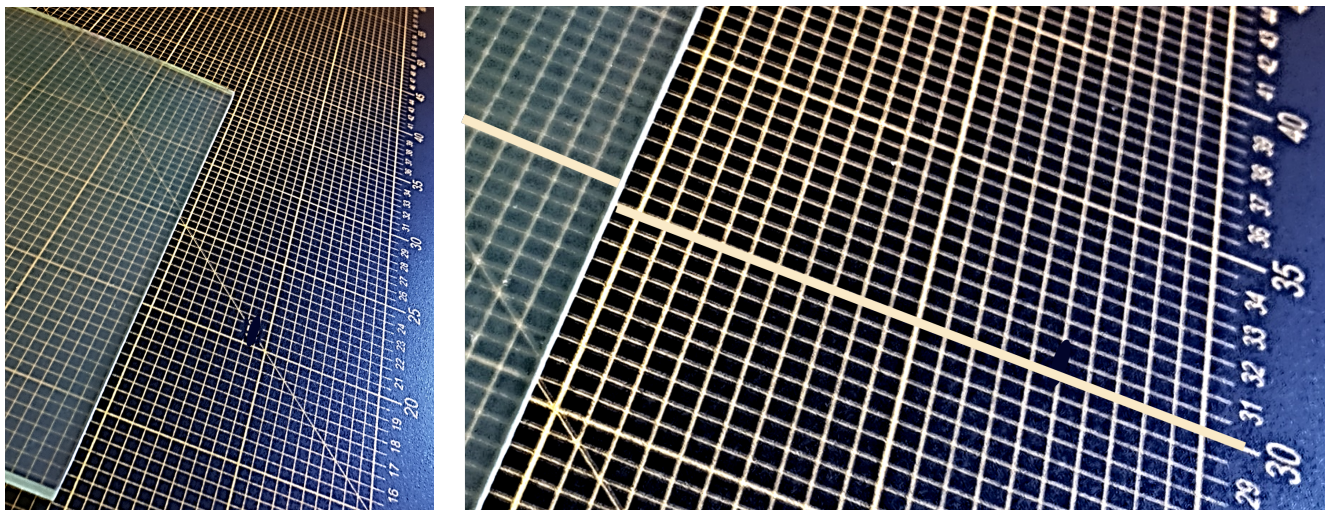
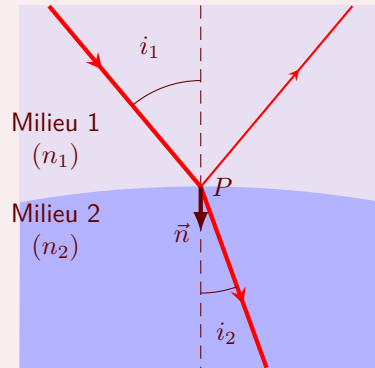


FIGURE 1 – Plaque de polyuréthane sur plan gradué. Chaque carreau du plan fait 5 mm de côté. La photo est prise à 25 cm de hauteur et à l'aplomb de la position 0 du plan. La photo de droite correspond à un zoom de l'image de gauche. On observe un décalage des graduations.

1. Énoncer **la** loi permettant de rendre compte du phénomène de déviation. Un schéma sera nécessaire pour décrire les différentes grandeurs.

Un rayon lumineux traversant un dioptre est réfracté selon la loi de réfraction de Snell-Descartes. Pour le schéma ci-dessous :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$



- /1 Loi de réfraction de Snell-Descartes
- /1 Schéma et formule  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ .

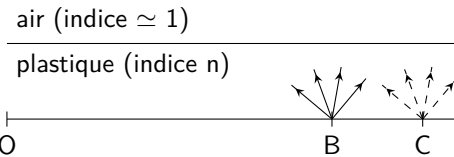
Remarque : En répondant correctement à la question, toute autre loi que celle de la réfraction est hors sujet ici. Passer du temps à énoncer  $i_1 = r$  ou "les rayons réfléchis et réfractés appartiennent tous au plan d'incidence" est une perte de temps, ou pire, cela montre que vous ne savez pas lire un énoncé, le correcteur peut ne pas vous donner les points même si la bonne formule  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$  est présente.

On constate que la graduation des 30 cm visible à travers la plaque est alignée avec celle des 30,5 cm du plan sans la plaque.

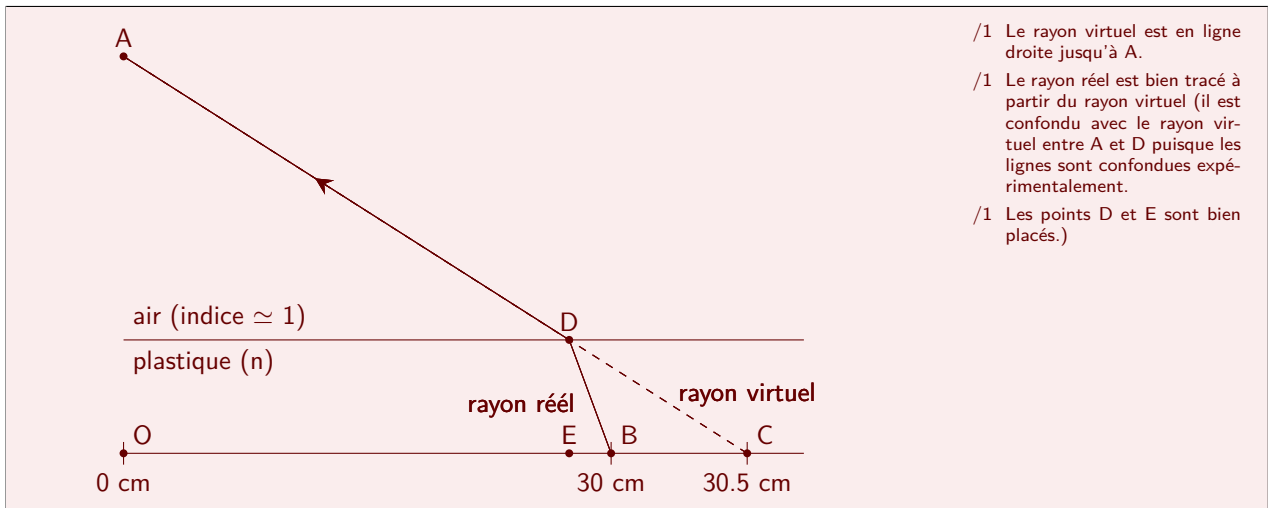
Nous pouvons en déduire que le rayon lumineux issu de la ligne des 30 cm à travers le plastique provient virtuellement de celle des 30,5 cm.

L'ébauche de schéma ci-contre, qui sera à compléter par la suite, va nous permettre de rendre compte de cette observation : la lumière provient (réellement ou virtuellement) des lignes B (30 cm) et C (30,5 cm) avant d'être observée en A.

A



2. Tracer la marche du rayon lumineux issu de B et parvenant en A à travers le plastique. On notera D le point d'intersection entre ce rayon et le dioptre, et E le projeté vertical de D sur le support.



- /1 Le rayon virtuel est en ligne droite jusqu'à A.
- /1 Le rayon réel est bien tracé à partir du rayon virtuel (il est confondu avec le rayon virtuel entre A et D puisque les lignes sont confondues expérimentalement).
- /1 Les points D et E sont bien placés.)

3. Exprimer la longueur EC à partir des longueurs AO, DE et OC.

L'appareil photographique étant à la verticale du point O et le point E étant le projeté vertical de D, les droites (OA) et (DE) sont parallèles. On utilise le théorème de Thalès :  $EC = OC \frac{DE}{AO}$ .

/1 Droites (OA) et (DE) parallèles.  
/1 Formule.

4. À partir de la question 1, déterminer une relation entre l'indice  $n$  du plastique et les angles  $\widehat{EDC}$  et  $\widehat{EDB}$ .

Par construction l'angle que fait le rayon réel réfracté dans l'air avec la normale au dioptre en D est identique à celui fait entre le rayon virtuel et la normale au dioptre en D. En appliquant la loi de réfraction de Snell-Descartes, il vient  $n \times \sin(\widehat{EDB}) = 1 \times \sin(\widehat{EDC})$ .

/1 Angle réfracté = angle  $\widehat{EDB}$ .  
/1 Formule.

5. Montrer que l'angle  $\widehat{EDB}$  vérifie la relation  $\tan(\widehat{EDB}) = \frac{OC}{AO} - \frac{BC}{DE}$ , puis déterminer, à partir des données de l'énoncé et de l'aide aux calculs, la valeur de l'indice optique  $n$  du plastique.

Par construction, EDB rectangle en E, on obtient :  $\tan(\widehat{EDB}) = \frac{EB}{ED} = \frac{EC - BC}{DE}$   
Or  $EC = OC \frac{DE}{AO}$  d'après q.3. On obtient la formule demandée. L'aide au calcul nous permet de calculer  $\widehat{EDB}$  en prenant  $DE = 8$  mm épaisseur de la plaque,  $AO = 250$  mm hauteur de l'appareil par rapport au plan,  $OC = 305$  mm et  $BC = 5$  mm :  $\widehat{EDB} = 0,54$  rad.

/1 Relation vérifiée.  
/1 Identification de DE à l'épaisseur de la plaque et AO à la hauteur de l'appareil dans les applications numériques (utilisation des données de l'énoncé).  
/1 Calcul de  $n$ .

Par construction, EDC rectangle en E, on obtient :  $\widehat{EDC} = \arctan\left(\frac{EC}{DE}\right) \stackrel{\text{question 3}}{=} \arctan\left(\frac{OC}{AO}\right)$ . L'aide aux calculs donne  $\widehat{EDC} = 0,88$  rad.  
En utilisant la réponse à la question 4 et l'aide aux calculs,  $n = \sin(0,88) / \sin(0,54) = 1,5$

6. Sur la photographie de gauche de la figure 1, les lignes ne sont pas visibles à travers la tranche du plastique. Citer brièvement une cause probable de ce phénomène.

La réponse attendue : le phénomène de réflexion totale. Le cas est similaire à ce qu'il se passe pour une fibre optique à saut d'indice, l'appareil photographique pourrait se trouver dans le "coincement" de la plaque. Réponse valable plus pratique : le plastique n'est pas poli sur les bords.

/1 Réflexion totale ou état de surface. Réponse non acceptée : résolution de la photographie, ou "mauvais angle de vue" si la réponse n'est pas reliée à la réflexion totale.

7. Une erreur de 1 mm sur la lecture de la graduation donne un écart sur la valeur de l'indice d'environ 0,2. Commenter. Décrire en quelques lignes une méthode pour exploiter pleinement cette photographie et réduire cette incertitude.

Il n'y a pas assez de points expérimentaux pour avoir une incertitude acceptable sur le résultat, il faut soit refaire plusieurs fois l'expérience ou mieux exploiter celle qui a été faite.

Il est possible d'utiliser les autres graduations du plan visibles à travers le plastique et de les repérer par rapport aux graduations qui ne sont pas sous le plastique. Trouver d'autres coïncidence (entre la ligne à 30cm et celle à 30,5cm) serait une solution.

Malheureusement, le quadrillage est fait tous les 5mm et le cas de coïncidence traité dans l'exercice est le seul visible sur la photographie. Il faut donc pour chaque graduation réfracté, estimer sa position par rapport au quadrillage de référence par une méthode d'interpolation : autrement dit, "grader" chaque carreau du quadrillage de référence (par exemple, un demi carreau = 2,5 mm). Les incertitudes de mesure dépendent alors de la méthode d'interpolation et de l'espacement local entre chaque graduation (nombre de pixel par carreau). Aucune incertitude n'est donné par l'énoncé sur le quadrillage de référence en lui même mais il y en a aussi forcément une à prendre en compte.

/1 Pas assez de points expérimentaux. Compté faux si une allusion est faite au nombre de chiffres significatifs insuffisants.

/1 Utiliser d'autres coïncidences (ou considérer une coïncidence à la moitié d'un carreau par exemple).

/1 Remarque valable sur le problème des coïncidences sur cette image.

## Aide aux calculs

$$\frac{30,5 \times 8}{25} = 9,76 ; \arctan(305/250) \simeq \arctan(30/25) \simeq 0,88 \text{ rad} ; \sin(0,88) = 0,77 ; \arctan(305/250 - 5/8) = 0,54 \text{ rad} ; \arctan(305/250 - 6/8) = 0,43 ; \arctan(305/250 - 4/8) = 0,62 ; \sin(0,54) = 0,51 ; 0,77/0,51 = 1,5 ; 0,88/0,54 = 1,6$$

## 2 Fibre optique pliée

Une fibre optique est constituée d'une âme en verre d'indice  $n_1 = 1,66$  et de diamètre  $d = 0,05$  mm entourée d'une gaine en verre d'indice  $n_2 = 1,52$ . On courbe la fibre éclairée sous incidence normale et on note  $R$  ce rayon de courbure (cf figure 2).

8. Reporter le schéma de la fibre sur votre feuille. Expliquer comment le rayon lumineux traverse le dioptre d'entrée de la fibre. Noter  $A$  le point d'incidence du rayon sur ce dioptre.

D'après l'énoncé, le rayon incident en  $A$  est normal au dioptre. L'angle d'incidence vaut donc  $0^\circ$  et l'angle que fait le rayon réfracté avec la normale vaut, d'après la loi sur la réfraction (Q1),  $0^\circ$ . **Le rayon va en ligne droite, il n'est pas dévié**

/1 Angle incident nul.

/1 Loi de la réfraction mentionnée.

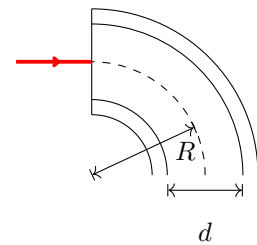


FIGURE 2 – Fibre optique courbée. Ce schéma ne peut pas être utilisé pour les calculs.

9. Indiquer qualitativement comment le rayon lumineux interagit avec le deuxième dioptre en fonction de la valeur du rayon de courbure. Noter  $B$  le point d'incidence du rayon sur ce dioptre.

La valeur de  $R$  joue sur l'angle d'incidence en  $B$ . Plus  $R$  est petit, plus l'angle d'incidence en  $B$  est faible. En  $B$ , le rayon incident sera réfléchi uniquement (comportement normal d'une fibre) pour  $R$  suffisamment grand et sera potentiellement réfracté en dessous d'une certaine valeur de  $R$ . Reste à déterminer laquelle.

/1  $R$  diminue  $\Rightarrow$  angle d'incidence en  $B$  diminue

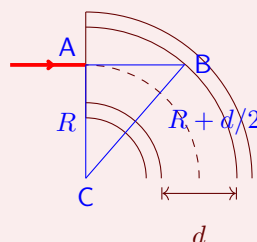
/1 angle d'incidence en  $B$  diminue  $\Rightarrow$  la réfraction devient possible pour un angle suffisamment faible

10. Donner l'expression du rayon de courbure minimal en fonction de  $n_1$ ,  $n_2$  et  $d$  pour lequel toute la lumière incidente

reste contenue dans le coeur de la fibre.

L'angle  $\widehat{ABC}$  est par définition l'angle d'incidence du rayon en B, BC est normal au dioptre (géométrie), ABC est rectangle en A (question 2), le sinus de cet angle vaut la longueur AC divisée par BC (trigonométrie). D'après la loi de Snell-Descartes sur la réfraction, le sinus de cet angle est aussi égal à  $n_2/n_1$  lorsque le rayon réfracté est à "la limite d'exister". Ces deux égalités conduisent à  $\frac{R}{R + d/2} = \frac{n_2}{n_1}$ .

En isolant  $R$  : 
$$R = \frac{d}{2} \frac{n_2}{n_1 - n_2}$$



/1 Condition de réflexion totale  
/1 Formule juste

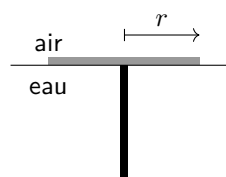
11. Faire l'application numérique en donnant deux chiffres significatifs.

$R = 0,27 \text{ mm}$

/1

### 3 Flotteur

Un disque en liège de rayon  $r$  flotte sur l'eau d'indice  $n$ ; il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre (cf figure 3).



12. Donner les valeurs usuelles de l'indice de l'air  $n_a$  et de l'eau  $n$ .

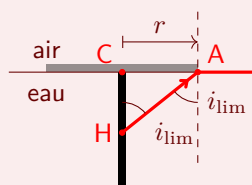
Environ 1 pour l'air et 1,33 pour l'eau dans les conditions usuelles de température et de pression.

/1

FIGURE 3 – Disque soutenant une tige. Ce schéma ne peut pas être utilisé pour calculer des angles.

13. Quelle est la longueur de la partie de la tige non visible pour un observateur dans l'air? Montrer que son expression peut se mettre sous la forme approchée  $r\sqrt{n^2 - 1}$ . Citer les phénomènes mis en jeu.

En A tracer un rayon réfracté dans l'air à la limite d'exister et un rayon incident provenant d'un point quelconque de la tige (indiquez que le schéma ne respecte pas forcément la valeur réelle des angles, c'est un schéma utile pour les notations uniquement). L'angle d'incidence formé correspond à l'angle limite  $i_{lim}$  de la réfraction. D'après la loi sur la réfraction en A, le sinus de cet angle vaut  $n_a/n$ .



/1 Réflexion totale et condition limite en A,  
/1 Trigonométrie pour relier CH, r et  $i_{lim}$ ,  
/1 Développements des calculs corrects.

Cet angle est le même que  $\widehat{CHA}$  (tige perpendiculaire à la surface de l'eau (énoncé) => parallèle à la normale au dioptre en A), la tangente de l'angle vaut donc  $r/CH$ .

Trigonométrie :  $\cos^2(i_{lim}) + \sin^2(i_{lim}) = \sin^2(i_{lim}) \left( \frac{1}{\tan^2(i_{lim})} + 1 \right) = 1$ . On remplace  $1/\tan^2(i_{lim})$  par  $CH^2/r^2$  et  $\sin^2(i_{lim})$  par  $n_a^2/n^2$  puis on isole CH qui est la longueur recherchée :  $CH = r\sqrt{\frac{n^2 - n_a^2}{n_a^2}}$ . Pour  $n_a \simeq 1$ , on obtient la formule attendue.

## 4 Cuisson d'un rôti

Nous allons voir qu'une petite analyse dimensionnelle peut remplacer une recette de cuisine. On souhaite déterminer le temps de cuisson d'un rôti de 600 g. On sait, d'après une recette, qu'il faut 30 minutes pour cuire un rôti de 1 kilogramme à 220°C. On se placera à température constante.

On sent bien que le temps de cuisson dépend de la masse  $m$  du rôti. Il dépendra aussi de sa masse volumique  $\rho$ . Pour que l'intérieur cuise, il faut que la chaleur pénètre la viande. On en déduit que le temps de cuisson dépend également de la conductivité thermique  $\lambda$ . Un dernier paramètre s'impose : la capacité thermique massique  $c_p$ , qui s'interprète comme la capacité du matériaux à emmagasiner de la chaleur.

12. Sachant que la capacité thermique massique est homogène à une énergie divisée par une masse et une température, et que la conductivité thermique est homogène à une puissance divisée par une longueur et une température, déterminer, à partir d'une analyse dimensionnelle, un temps caractéristique à partir des quatre grandeurs intervenants dans le problème.

Pour une correction détaillée vous savez où regarder !

/1 Unités (ou dimension) fondamentales de  $c_p$  justes :  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

/1 Unités (ou dimension) fondamentales de  $\lambda$  justes :  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$

/1 Écriture d'un temps caractéristique sous forme de produit de puissance des grandeurs :  $T = km^a \rho^b c_p^c \lambda^d$ .

/1 Résolution de l'équation aux dimensions  $a = 2/3, b = 1/3, c = 1, d = -1$ .

/1 Écriture du temps caractéristique sous sa forme finale  $T = \frac{km^{2/3} \rho^{1/3} c_p}{\lambda}$ .

13. A quelle puissance intervient la masse dans ce temps caractéristique ?

La masse intervient à la puissance 2/3.

/1 2/3

14. En déduire le temps de cuisson.

Pour  $m_1 = 1\text{kg}$  il faut  $T_1 = 30$  min de cuisson. Pour  $m_2 = 600$  g, notons  $T_2$  la durée de cuisson associée. Ne surtout pas faire un produit en croix c'est une énorme erreur à votre niveau ! Prendre le rapport  $T_2/T_1$  et utiliser la question précédente comme toutes choses sont égales par ailleurs (même masse volumique,  $c_p$  et  $\lambda$ , il n'y a que la masse qui change) :  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{2/3}$ .

Avec l'aide aux calculs,  $30 \times 0,6^{2/3} \simeq 21$  soit  $T_2 \simeq 21$  min. Il faut moins de temps pour cuire un rôti plus petit, le résultat semble cohérent.

/-1 Point négatif pour un produit en croix.

/1 Expression de  $T_2/T_1$  correcte.

/1 Application numérique.

Madame Saint Ange, auteur d'un best-seller culinaire un peu ancien (1925) conseillait de cuire 16 minutes par livre (unité de poids qu'il ne sera pas nécessaire de connaître) un rôti de un kilogramme, mais seulement 10 à 12 minutes par livre un rôti de 1,8 à 2 kilogrammes.

15. Comment cette nouvelle grandeur caractéristique qu'est le temps de cuisson par unité de masse s'exprime en fonction de la masse du rôti ?

Il suffit de diviser le temps caractéristique par la masse, soit

/1 Expression.

$$\tau_m = \frac{T}{m} = k \left(\frac{\rho}{m}\right)^{1/3} \frac{c_p}{\lambda}$$

16. Concluez quant à la pertinence du modèle utilisé.

$\tau_{m_1} = 16$  min/livre pour  $m_1 = 1$  kg et  $\tau_{m_2} = 10 - 12$  min/livre pour  $m_2 = 1,8 - 2$  kg. On a avec la formule  $\tau_{m_1}/\tau_{m_2} = (m_2/m_1)^{1/3}$  qu'il faut vérifier.

$(m_2/m_1)^{1/3} = (1,8/1)^{1/3} = (1/1,8)^{-1/3} = 1,2, 2^{1/3} < 1,3, \tau_{m_1}/\tau_{m_2} = 16/12 \simeq 1,3$  et  $16/10 = 1,6$ . Si les valeurs approchées semblent correctes, elle ne sont pourtant pas dans les mêmes plages de valeurs : 1,2 à 1,3 pour le rapport des masses exposant 1/3, et 1,3 à 1,6 pour le rapport des durées massiques. Il faut certainement prendre en compte la géométrie du rôti qui n'est pas sphérique !

/1 Un seul calcul de  $(m_2/m_1)^{1/3}$  et  $\tau_{m_1}/\tau_{m_2}$  pour comparaison.

/1 Deuxième calcul pour avoir une plage de valeurs possibles.

/1 Conclusion en accord avec les résultats. "Résultats proches" ne donne pas de points s'il n'y a pas de commentaires pertinent sur les incertitudes ou la plage de valeurs possibles.

## Aide aux calculs

$$(1/1,8)^{-1/3} = 1,2 \text{ et } (1/2)^{-1/3} = 1,3, (0,6)^{2/3} = 0,71, (0,8)^{2/3} = 0,86$$

## 5 Mesure et incertitudes

Un étudiant fait une expérience en répétant plusieurs fois la même mesure. Il utilise un chronomètre pour mesurer une durée noté  $\delta t_1$ . La liste des observations est fournie dans le tableau ci-dessous, les valeurs sont en secondes.

10,5	11,2	9,8	9,5	10,1	10,3	11,0	10,7	9,9	9,7
------	------	-----	-----	------	------	------	------	-----	-----

17. Écrire un code python permettant de calculer la valeur moyenne et l'écart type de cette série de mesure. On notera "Dt1" la liste des temps et on utilisera la bibliothèque numpy.

```
import numpy as np
Dt1 = [10.5 , 11.2 , 9.8 , 9.5 , 10.1 , 10.3 , 11.0 , 10.7 , 9.9 , 9.7]
print(np.mean(Dt1))
print(np.std(Dt1,ddof=1))
```

/1 bibliothèque numpy importée

/1 tableau des valeurs avec points et virgules bien placées

/1 np.mean()

/1 np.std()

18. L'étudiant obtient avec son code les valeurs brutes 10,2700 pour la moyenne, 0,57164 pour l'écart-type de la série d'observations et 0.18077 pour l'incertitude type des 10 observations. Écrire le résultat sous forme scientifique ( $\overline{\Delta t_1} = \dots$ ;  $u(\overline{\Delta t_1}) = \dots$ ).

$$\overline{\Delta t_1} = 10,27s; u(\overline{\Delta t_1}) = 0,18s$$

/1 Unité,

/1 Nombre de chiffres corrects.

19. Quel est le lien entre l'écart-type calculé à partir des 10 observations et l'incertitude-type sur l'ensemble des 10 observations? Quelle est l'incertitude-type associé à une seule observation ?

$u(\overline{\Delta t_1}) = \sigma/\sqrt{10}$  avec  $\sigma$  l'écart-type de la série (pour un grand nombre d'observations), aussi égal à l'incertitude-type sur une seule observation.

/1 Lien entre u moyen et sigma,

/1 Lien entre sigma et u pour une observation.

Un second étudiant utilise un dispositif expérimental similaire au premier, voici sa mesure.

10,8	11,6	9,9	9,4	10,2	10,6	11,1	10,5	9,9	9,8
------	------	-----	-----	------	------	------	------	-----	-----

20. Proposer un code permettant de calculer l'écart normalisé de ces deux séries d'observations.

```
import numpy as np
Dt1 = [10.5 , 11.2 , 9.8 , 9.5 , 10.1 , 10.3 , 11.0 , 10.7 , 9.9 , 9.7]
Dt2 = [10.8 , 11.6 , 9.9 , 9.4 , 10.2 , 10.6 , 11.1 , 10.5 , 9.9 , 9.8]
Dt1m = np.mean(Dt1)
uDt1m = np.std(Dt1,ddof=1)/np.sqrt(10)
Dt2m = np.mean(Dt2)
uDt2m = np.std(Dt2,ddof=1)/np.sqrt(10)
EN = np.abs(Dt1m-Dt2m)/np.sqrt(uDt1m**2 + uDt2m**2)
print(EN)
```

/1 Numérateur de l'écart normalisé correct  
/1 Dénominateur correct

21. Le code donne une valeur de l'écart normalisé de 0,4. Commenter.

Les mesures sont compatibles car l'écart normalisé est bien inférieur à 2. Autrement dit, on ne peut pas distinguer les deux séries d'observations avec ces résultats, les dispositifs sont a priori équivalents.

/1  $EN < 2$   
/1 Mesures compatibles ou dispositifs équivalents