

Épreuve de Physique-Chimie - 13 Mai 2024

Durée : 4h

Consignes :

- L'usage de la calculatrice est interdit.
- Un résultat d'application numérique **ne doit pas** contenir d'opérations ou de fonctions (fraction, racine, logarithme, etc.) et **sera compté comme faux** s'il en contient.
- Les expressions littérales seront encadrées, et les applications numériques soulignées. **Une application numérique sans unité sera considérée fautive.**
- Les cinq parties sont indépendantes.
- Si vous constatez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, indiquez-le sur votre copie. Vérifiez tout de même que l'erreur ne provient pas de vous (homogénéité, ordre de grandeur, etc.).

1 Détermination expérimentale d'un indice optique

Une plaque de polyuréthane d'épaisseur 8 mm est posée sur un plan gradué tous les 5 mm (figure ??). On constate une déformation des graduations lorsqu'on les observe à travers la plaque : on cherche ici à utiliser ce phénomène bien connu pour mesurer l'indice optique du milieu. La prise de vue de la figure ?? est faite avec un smartphone dont l'appareil photographique est situé à 25 cm au dessus du plan et à l'aplomb de la position 0 du plan (graduation 0 non visible sur la photographie).

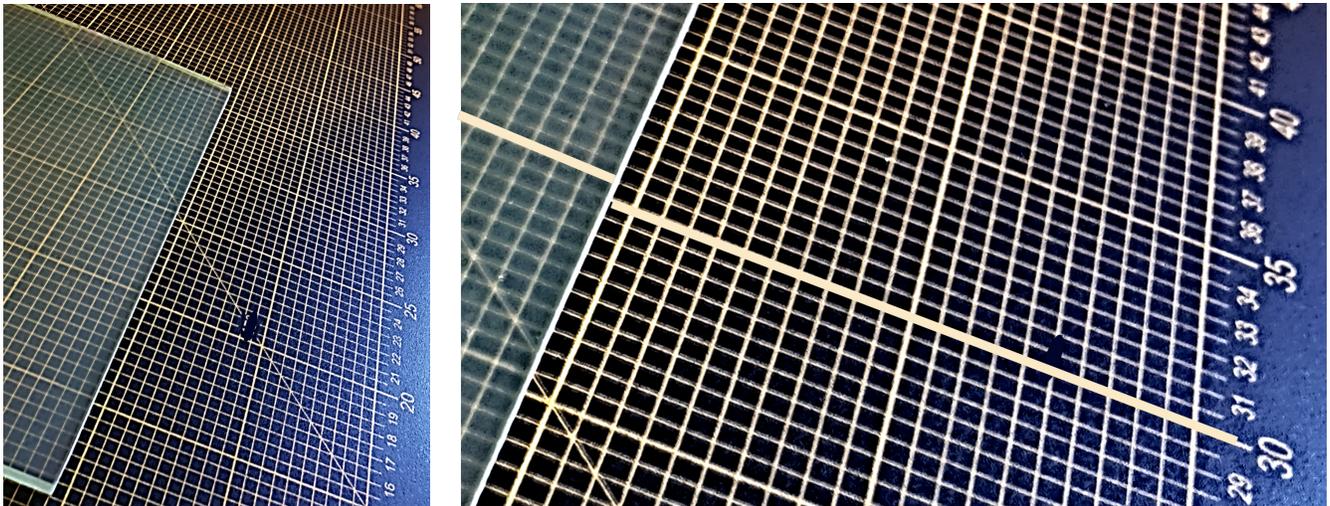


FIGURE 1 – Plaque de polyuréthane sur plan gradué. Chaque carreau du plan fait 5 mm de côté. La photo est prise à 25 cm de hauteur et à l'aplomb de la position 0 du plan. La photo de droite correspond à un zoom de l'image de gauche. On observe un décalage des graduations.

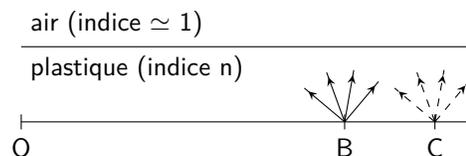
1. Énoncer la loi permettant de rendre compte du phénomène de déviation. Un schéma sera nécessaire pour décrire les différentes grandeurs.

On constate que la graduation des 30 cm visible à travers la plaque est alignée avec celle des 30,5 cm du plan sans la plaque.

Nous pouvons en déduire que le rayon lumineux issu de la ligne des 30 cm à travers le plastique provient virtuellement de celle des 30,5 cm.

L'ébauche de schéma ci-contre, qui sera à compléter par la suite, va nous permettre de rendre compte de cette observation : la lumière provient (réellement ou virtuellement) des lignes B (30 cm) et C (30,5 cm) avant d'être observée en A.

A



- Tracer la marche du rayon lumineux issu de B et parvenant en A à travers le plastique. On notera D le point d'intersection entre ce rayon et le dioptre, et E le projeté vertical de D sur le support.
- Exprimer la longueur EC à partir des longueurs AO, DE et OC.
- À partir de la question ??, déterminer une relation entre l'indice n du plastique et les angles \widehat{EDC} et \widehat{EDB} .
- Montrer que l'angle \widehat{EDB} vérifie la relation $\tan(\widehat{EDB}) = \frac{OC}{AO} - \frac{BC}{DE}$, puis déterminer, à partir des données de l'énoncé et de l'aide aux calculs, la valeur de l'indice optique n du plastique.
- Sur la photographie de gauche de la figure ??, les lignes ne sont pas visibles à travers la tranche du plastique. Citer brièvement une cause probable de ce phénomène.
- Une erreur de 1 mm sur la lecture de la graduation donne un écart sur la valeur de l'indice d'environ 0,2. Commenter. Décrire en quelques lignes une méthode pour exploiter pleinement cette photographie et réduire cette incertitude.

Aide aux calculs

$$\frac{30,5 \times 8}{25} = 9,76 ; \arctan(305/250) \simeq \arctan(30/25) \simeq 0,88 \text{ rad} ; \sin(0,88) = 0,77 ; \arctan(305/250 - 5/8) = 0,54 \text{ rad} ; \arctan(305/250 - 6/8) = 0,43 ; \arctan(305/250 - 4/8) = 0,62 ; \sin(0,54) = 0,51 ; 0,77/0,51 = 1,5 ; 0,88/0,54 = 1,6$$

2 Microgénérateur piézoélectrique (ccs TSI 2020)

Un élément piézoélectrique est collé à une «poutre», qui se met en mouvement sous l'effet de vibrations extérieures (figure ??). L'élément piézoélectrique transforme l'énergie récupérée en énergie électrique, ce qui constitue une source autonome de puissance.

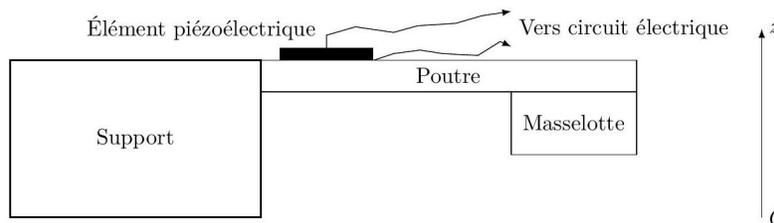


FIGURE 2 – Schéma d'un élément piézoélectrique fixé à une poutre.

On appelle \vec{F}_E la force excitatrice ambiante, supposée sinusoïdale : $\vec{F}_E = F_E \vec{u}_z = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. On travaille dans un référentiel terrestre. On se place en régime sinusoïdal forcé.

Le déplacement vertical du centre d'inertie du système poutre + masselotte peut être modélisé par l'équation mécanique

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \alpha \frac{dz}{dt} + kz = F_E$$

- Que représente le terme $\frac{d^2 z}{dt^2}$?
- Indiquer à quel type de forces correspondent $-kz$ et $-\alpha \frac{dz}{dt}$. Expliquer qualitativement quelles caractéristiques de la poutre sont modélisées par ces forces.
- On pose $z(t) = \text{Re}(\underline{Z}_m e^{j\omega t})$ avec $j^2 = -1$. Exprimer \underline{Z}_m , amplitude complexe de la vibration mécanique suivant l'axe vertical (Oz).

Dans toute la suite de cette partie on se place à la pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/M}$.

- Décrire les oscillations du système par rapport à la force excitatrice.
- Déduire de ce qui précède l'expression de la vitesse de déplacement vertical v_z du centre d'inertie de la poutre en fonction de F_0, α, ω_0 et du temps.

La partie électrique du dispositif peut être modélisée de la façon suivante (figure ??) : une source de courant d'intensité βv_z est disposée en parallèle avec un condensateur de capacité C_0 et une résistance d'utilisation R . Soit V la tension aux bornes de R . On veut montrer que la puissance moyenne récupérée par le dipôle d'utilisation est proportionnelle au carré de F_0 .

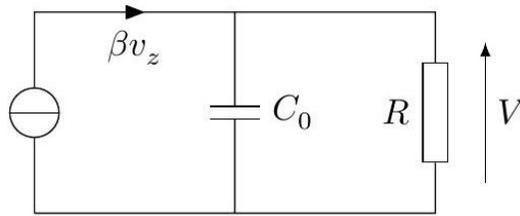


FIGURE 3

13. β est appelé facteur de force : c'est le rapport entre la force appliquée à la lame piézoélectrique et la tension aux bornes de celle-ci. Montrer que βv_z est homogène à l'intensité d'un courant électrique.
14. Exprimer \underline{V}_m , amplitude complexe de la tension aux bornes de la résistance d'utilisation en fonction de $\alpha, \beta, F_0, R, C_0$ et ω_0 .
15. En déduire l'expression de la puissance moyenne récupérée P par la résistance d'utilisation.

3 Oscillateurs (ccs TSI 2020)

On s'intéresse ici aux dispositifs résonateurs ou oscillateurs : ils sont capables de générer des oscillations à une fréquence qui leur est propre.

Dans le circuit électrique d'oscillation est ajoutée une «contre-réaction» ; on va s'intéresser, dans un premier temps, au rôle de la contre-réaction. Le circuit étudié est représenté figure ??.

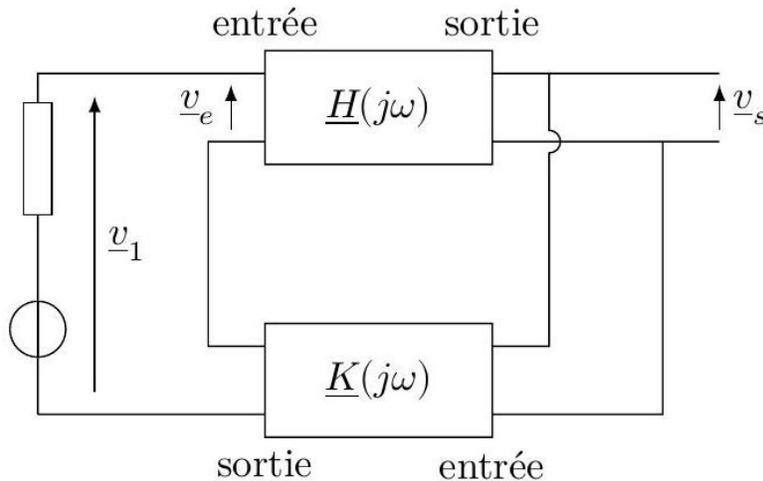


FIGURE 4

Le schéma du circuit peut prendre la forme de deux quadripôles de fonctions de transfert respectives $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$ (définies comme le rapport des amplitudes complexes de la tension de sortie sur la tension d'entrée).

Donner les relations faisant intervenir les fonctions de transfert :

16. entre \underline{v}_s et \underline{v}_e ;
17. entre $\underline{v}_s, \underline{v}_e$ et \underline{v}_1 .
18. En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{A}(j\omega) = \underline{v}_s/\underline{v}_1$ en fonction de $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{K}(j\omega)$.

On étudie maintenant le filtre de Wien de la figure ?? auquel est associée la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega)$.

Le filtre est constitué de deux condensateurs identiques de capacité C et de deux conducteurs ohmiques identiques de résistance R . Le circuit correspondant est représenté sur la figure ?? .

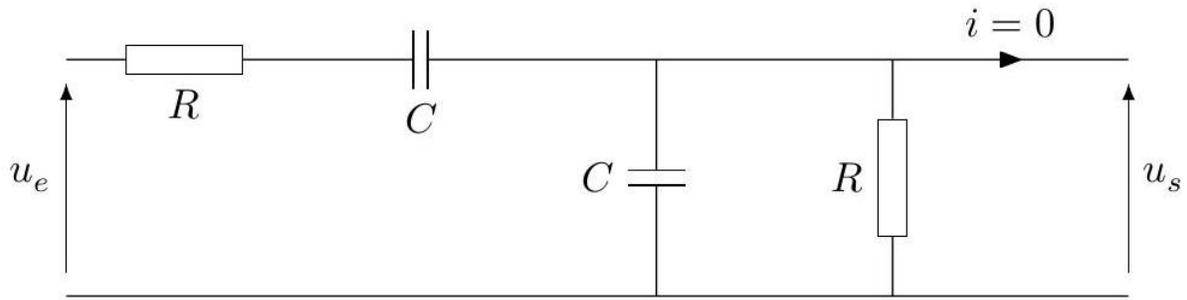


FIGURE 5 – Schéma électrique du filtre de Wien.

19. Déterminer la fonction de transfert $\underline{K}(j\omega) = \underline{u}_s/\underline{u}_e$ de ce filtre.
20. Représenter l'allure du gain $|\underline{K}(j\omega)|$ de ce filtre en fonction de ω .
21. Donner l'expression de la pulsation de résonance en fonction de R et de C . Que vaut $|\underline{K}(j\omega)|$ à la résonance ?

Plus fiable que les oscillateurs électriques, une lame de quartz peut être utilisée à la place du filtre de Wien. On donne fréquemment pour le quartz le modèle électrique de la figure ?? qui résume assez bien son comportement.

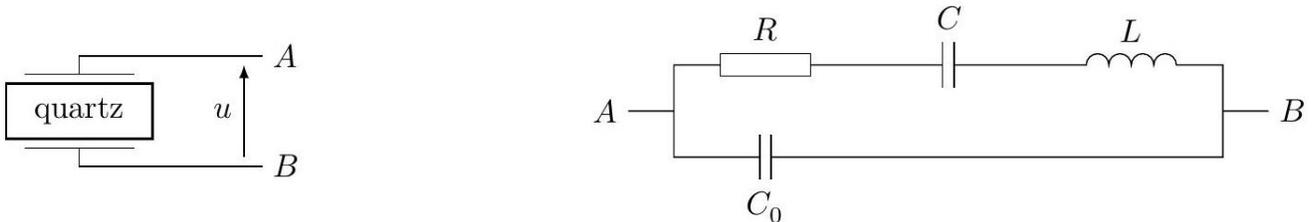


FIGURE 6 – Schéma électrique équivalent d'une lame de quartz.

22. Étudier le comportement asymptotique du modèle : il s'agit, qualitativement, de trouver une représentation simplifiée du quartz pour les cas $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.

La courbe de la figure ?? représente l'allure de la partie imaginaire de l'impédance équivalente du modèle électrique du quartz : $\text{Im}(\underline{Z}_{AB})$ en fonction de la fréquence lorsque la résistance R est négligeable.

23. Quelles sont les pulsations remarquables ? Commenter.
24. Dans quel(s) intervalle(s) peut-on dire que le comportement du quartz est capacitif ?

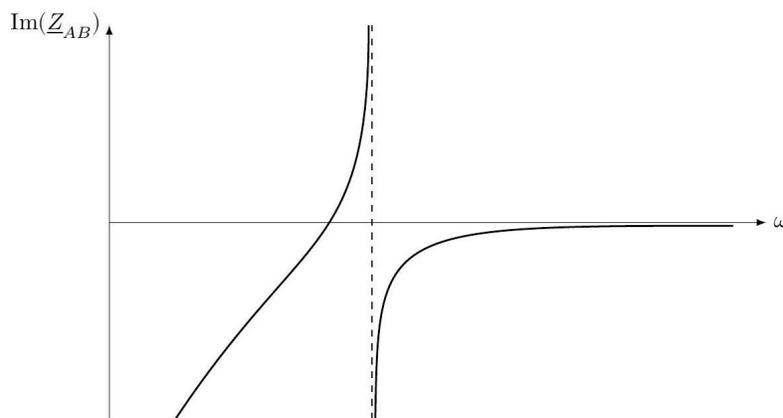


FIGURE 7

4 Étude physique d'un capteur de position (Mines-Ponts PSI 2022)

Ce problème étudie le principe physique selon lequel le capteur inductif linéaire «LVDT (Linear Variable Differential Transformer) convertit un déplacement de position en une grandeur électrique.

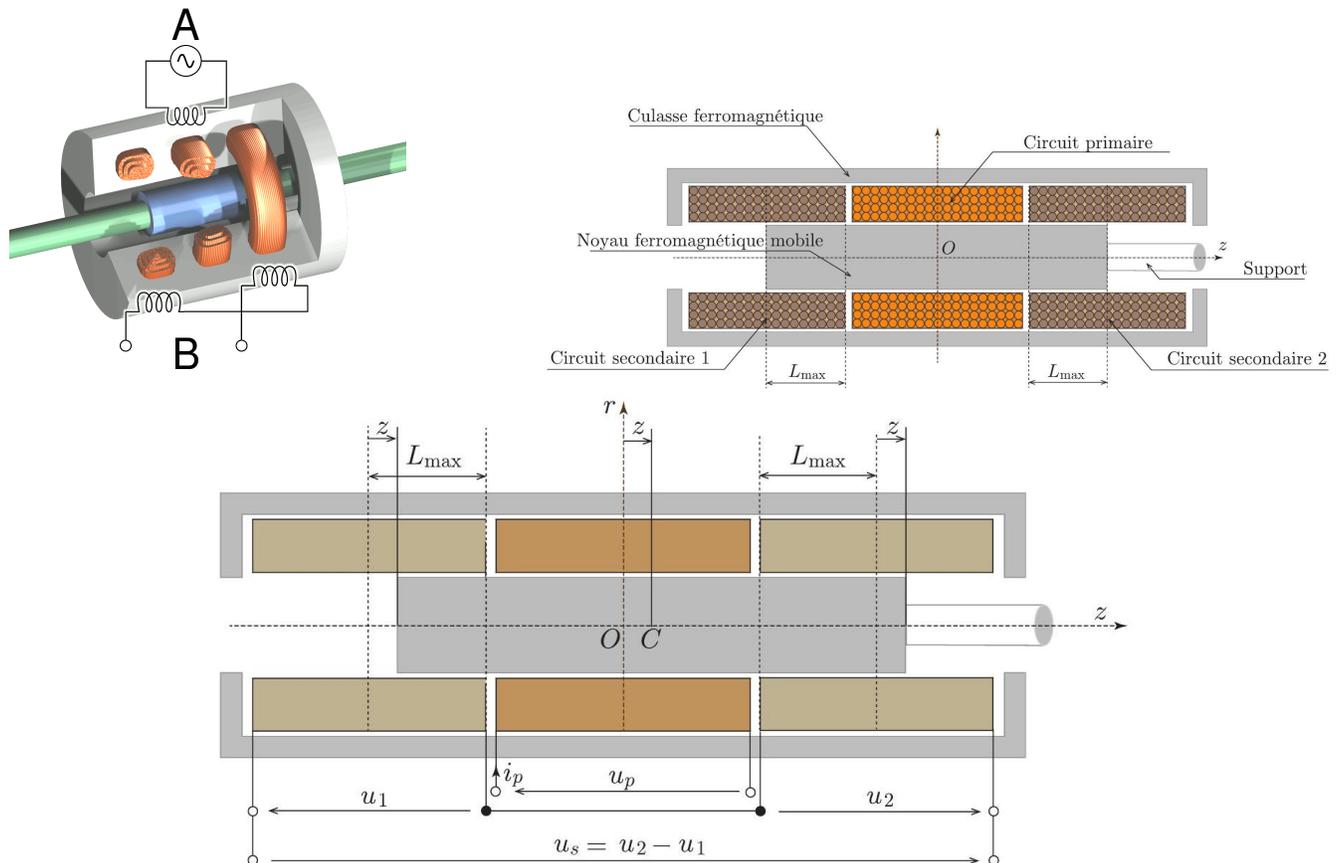


FIGURE 8 – Schémas descriptifs du LVDT et définition des paramètres. En A le circuit primaire branché à un générateur (sinusoïdal dans une condition classique d'utilisation) et en B les deux circuits secondaires branchés en série. Sur la dernière figure, $OC = z$ représente le déplacement du centre du cylindre et vérifie $|z| < L_{\max}$. Ce déplacement modifie la répartition de champ magnétique au niveau des circuits secondaires : c'est cette modification qu'il est possible de détecter. Le circuit primaire est alimenté par la tension $u_p(t)$ et parcouru par le courant d'intensité $i_p(t)$. Les deux circuits secondaires sont connectés en série et la tension utile vaut $u_s = u_2 - u_1$. La tension d'excitation u_p est, dans une condition classique d'utilisation, sinusoïdale et de fréquence f variant de 20 Hz à 20kHz, l'étude du circuit se fait dans le cadre de l'ARQS.

Le LVDT (figure ??) comporte un circuit primaire (bobine), deux circuits secondaires (bobines à n spires par unité de longueur) et un noyau ferromagnétique cylindrique de rayon a . L'ensemble présente une symétrie de révolution autour de l'axe Oz et on repèrera l'espace par le système de coordonnées cylindriques $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

On notera :

- L_p , l'inductance propre du circuit primaire,
- M_1 , l'inductance mutuelle entre le circuit secondaire 1 et le circuit primaire,
- M_2 , l'inductance mutuelle entre le circuit secondaire 2 et le circuit primaire.

Un courant i_p positif dans le circuit primaire (dernier schéma de la figure ??) génère un flux magnétique selon \vec{u}_z .

Le courant dans les deux circuits secondaires est supposé nul contrairement à la tension u_s : les circuits secondaires sont électriquement ouverts.

4.1 Étude de l'état de référence

La position du noyau ferromagnétique est telle que $z = 0$ dans cette partie.

Sur la figure ?? sont représentées quelques lignes du champ magnétique dans un plan de coupe contenant l'axe Oz , pour un courant $i_p > 0$.

La figure ?? fournit, en échelles arbitraires (E.A. sur la figure) et indépendantes, les variations des composantes $B_z = \vec{B} \cdot \vec{u}_z$ et de $B_r = \vec{B} \cdot \vec{u}_r$ en fonction de z à la distance r de l'axe tel que $0 < r < a$.

25. Reproduire sommairement la figure ?? sur votre copie en y faisant apparaître l'allure de quelques lignes de champ. Après avoir orienté cette ligne, justifier le signe des composantes du champ magnétique observé en figure ??.

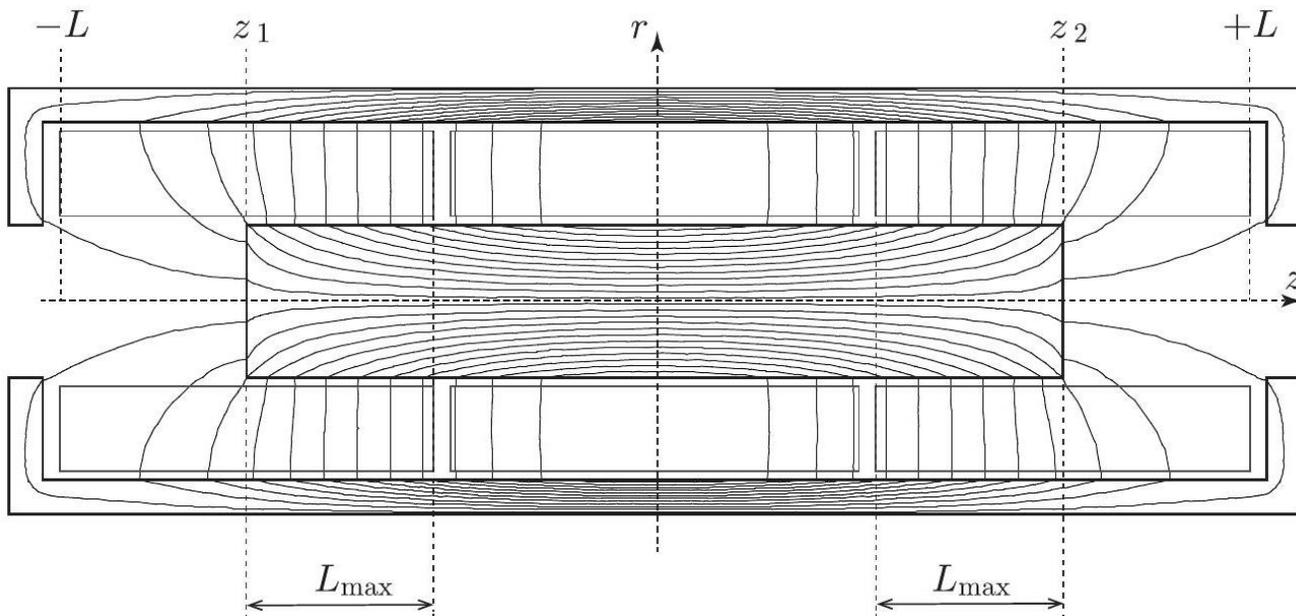


FIGURE 9 – Lignes de champ pour un noyau centré obtenues par simulation numérique.

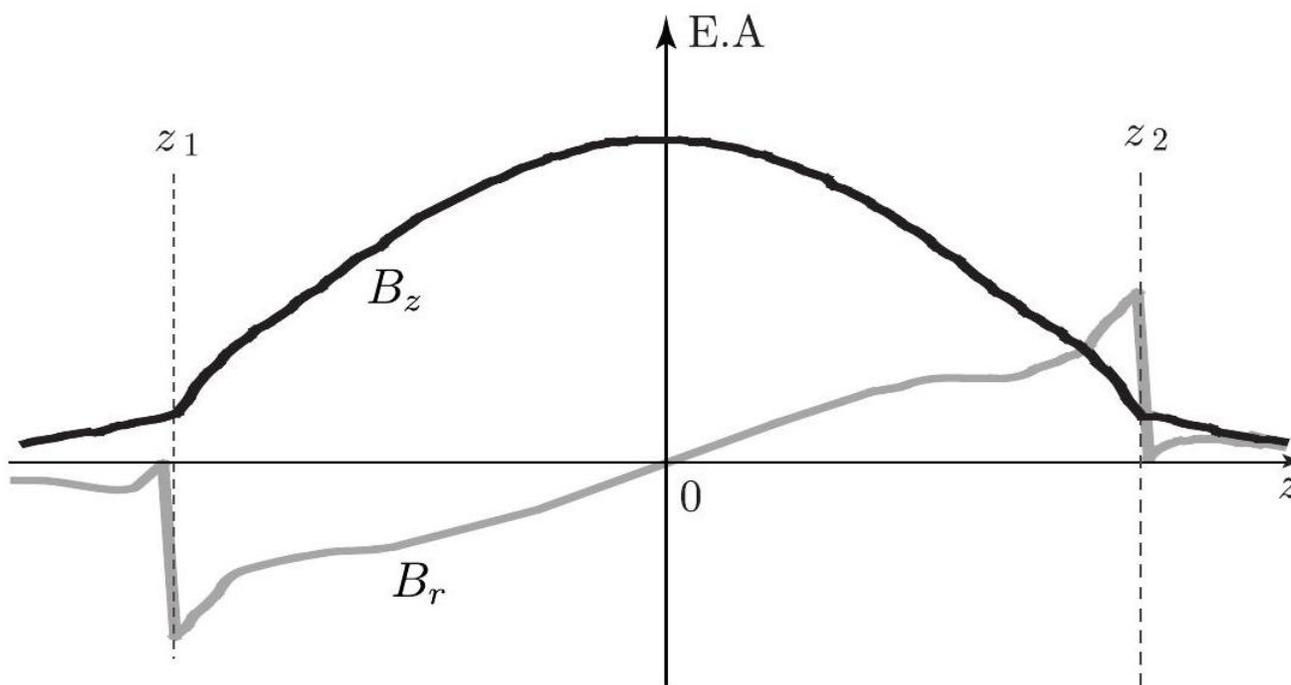


FIGURE 10 – Composantes B_r (en gris) et B_z (en noir) en r tel que $0 < r < a$.

On remarque que $|B_r|$ devient très faible sur une très courte distance juste après z_2 et juste avant z_1 .

26. Expliquer cette observation à partir des lignes de champ de la figure ??.

Afin de déterminer l'expression des inductances mutuelles, on souhaite modéliser simplement le champ magnétique. Pour cela, grâce à la simulation numérique, on a représenté figure ?? en trait plein la courbe des variations de $B_z/B_{z, \max}$ évaluée en $r = 0$ en fonction de z .

27. Quels éléments observés en figures ?? et ?? permettent de justifier que l'on puisse considérer le champ magnétique comme uniforme au voisinage du centre du noyau.
28. Quels éléments observés en figure ?? permettent d'expliquer la diminution de la composante $\vec{B} \cdot \vec{u}_z$ du champ observée en figure ?? lorsqu'on se rapproche des bords du noyau ?

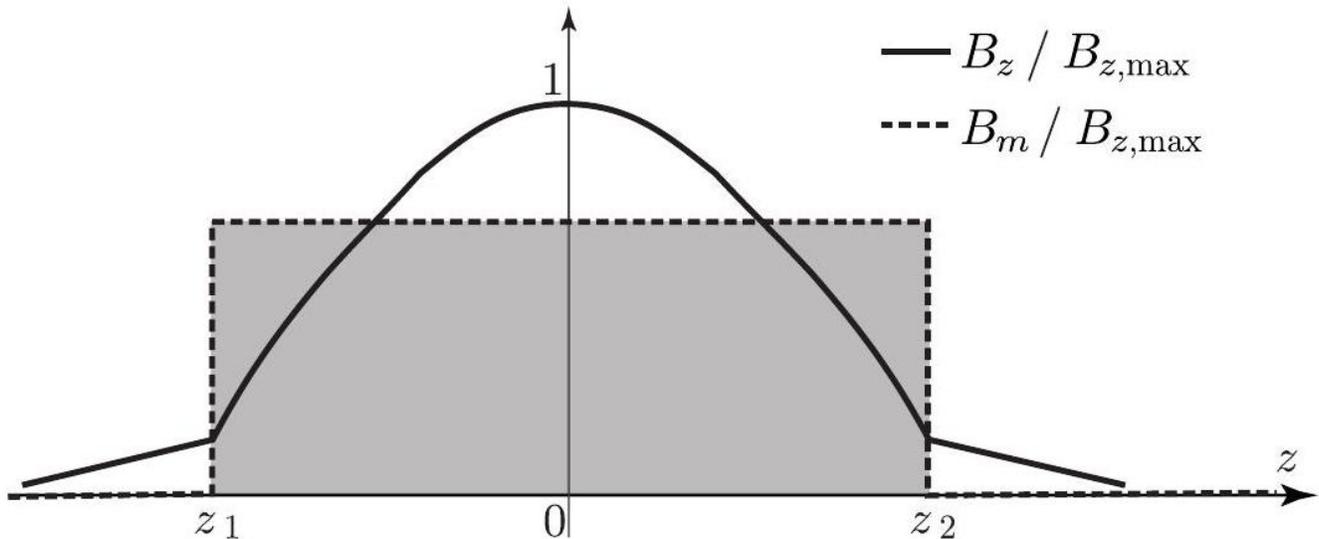


FIGURE 11 – Composante B_z sur l'axe Oz .

Dans un premier modèle, on assimile le champ magnétique axial au profil représenté en traits pointillés en figure ???. En effet, on supposera que :

- H_1 : si $z_1 < z < z_2$ et $r < a$, alors la composante $\vec{B} \cdot \vec{u}_z$ du champ magnétique est uniformément égale à B_m , sa valeur moyenne sur l'axe Oz dans le noyau. On posera $B_m = K i_p$, où K est une constante caractéristique du système ;
- H_2 : si $z < z_1$ ou $z > z_2$ alors pour tout $r < a$ on a $\vec{B} \cdot \vec{u}_z = 0$;
- H_3 : en tout point compris entre le noyau et la culasse, tels que $-L < z < L$, alors $\vec{B} \cdot \vec{u}_z = 0$.

29. Dans le cadre de ces hypothèses simplificatrices, montrer que les deux inductances mutuelles M_1 et M_2 sont identiquement égales à une même valeur notée M_0 exprimée en fonction de a, K, n et L_{\max} .

30. Application numérique : On donne la résistance du circuit primaire $R_p = 100 \Omega$ et l'inductance du circuit primaire $L_p = 6 \text{ mH}$. Le circuit primaire est alimenté par la tension $u_p = U_p \sin(\omega t)$: pour $U_p = 10 \text{ V}$, on mesure aux bornes de chacun des deux circuits secondaires non connectés entre eux une tension d'amplitude $1,5 \text{ V}$ pour une fréquence de 5 kHz . Calculer la valeur de M_0 . On prendra $10\pi \sim 30$ et $\sqrt{42 \cdot 10^3} \sim 205$.

4.2 Déplacement du noyau

On étudie désormais le LVDT dans l'état représenté en figure ?? où le centre C du cylindre est déplacé de z par rapport à l'état de référence, soit $\vec{OC} = z\vec{u}_z$.

La figure ?? représente le tracé des lignes de champ magnétique dans un plan de coupe contenant l'axe Oz pour un courant $i_p > 0$.

La cartographie des lignes de champ dans le noyau étant très semblable à celle de la figure ??, on conserve les hypothèses H_1, H_2 et H_3 correspondantes.

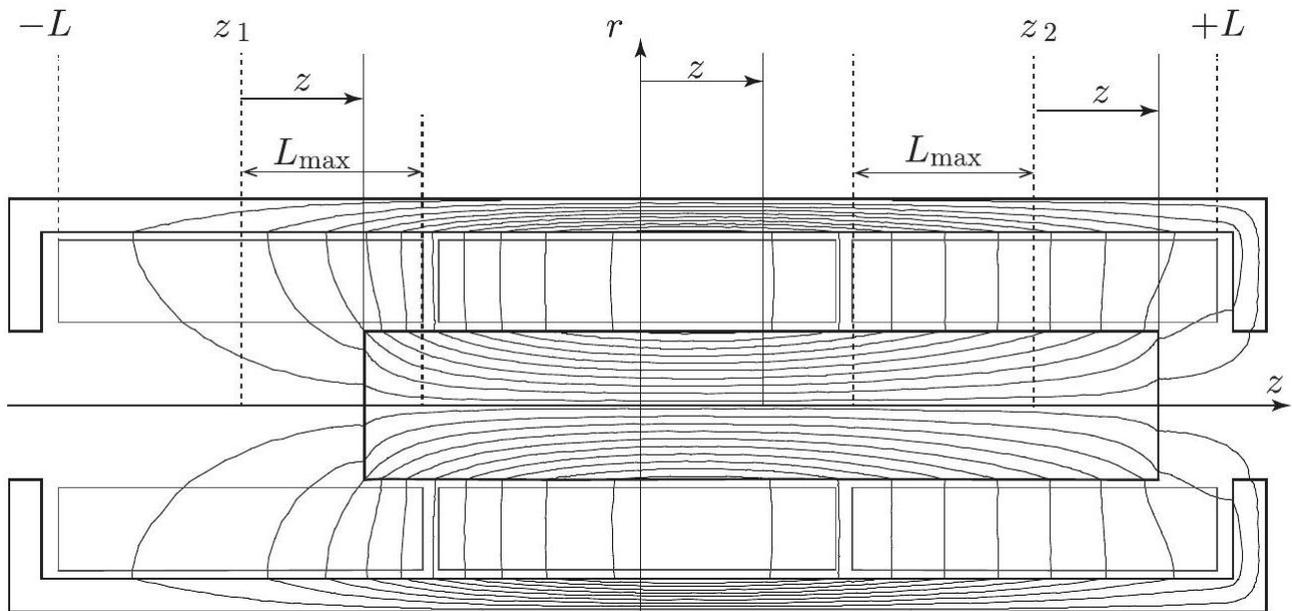


FIGURE 12 – Lignes de champ pour un noyau décentré.

31. Dans le cadre de ce modèle, montrer que si $|z| < L_{\max}$ alors L_p est indépendante de z .
32. Déterminer l'inductance mutuelle $M_1(z)$ en fonction de M_0 , z et L_{\max} .
33. De même, déterminer l'inductance mutuelle $M_2(z)$ en fonction de M_0 , z et L_{\max} .
34. Dédire des résultats précédents que la tension différentielle à vide du circuit secondaire s'écrit sous la forme $u_s = u_2 - u_1 = \lambda M_0 \frac{z}{L_{\max}} \frac{di_p}{dt}$, dans laquelle on précisera la valeur de la constante λ . En quoi cette tension permet de repérer la position du cylindre ?

5 Synthèse du plexiglass

Le plexiglass est le nom commercial du polyméthacrylate de méthyle (PMMA), qui est un polymère thermoplastique obtenu par polymérisation du méthacrylate de méthyle (MMA). La marque Plexiglass a été brevetée et déposée en 1933 par le chimiste allemand Otto Röhm. Transparent et résistant, le PMMA peut avantageusement remplacer le verre dans de nombreuses applications, il est d'ailleurs également appelé parfois "verre acrylique".

Dans ce qui suit, la synthèse du monomère du PMMA est d'abord abordée, en particulier sous l'angle des réactifs utilisés et des propriétés d'un sous-produit obtenu. La suite de l'étude concerne la cinétique de la polymérisation du PMMA.

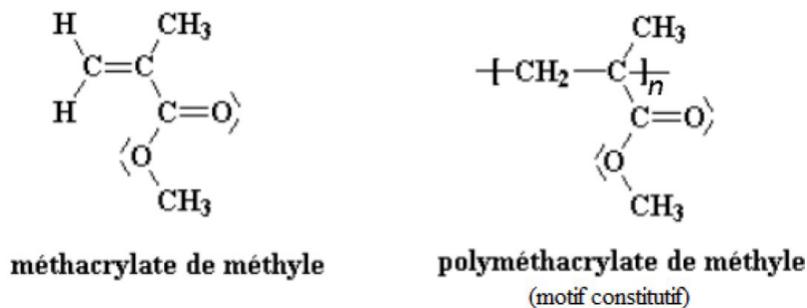


FIGURE 13 – Formules du monomère et d'un motif du polymère constitutif du plexiglas.

5.1 Synthèse du méthacrylate de méthyle (MMA)

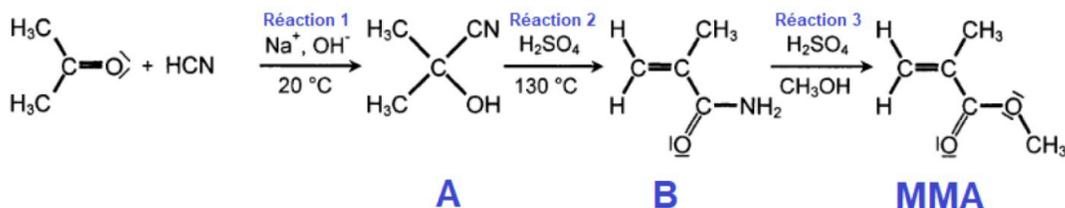


FIGURE 14 – Synthèse du MMA (monomère du PMMA).

35. Donner le schéma de Lewis du cyanure d'hydrogène HCN et de l'eau H₂O, sans oublier de faire figurer les doublets d'électrons non liants.
36. Indiquer sur le schéma la direction et le sens du vecteur moment dipolaire de la liaison CN sachant que les numéros atomiques du carbone et de l'azote sont respectivement de 6 et 7.
37. Justifier que la molécule HCN est polaire, sachant qu'elle est de géométrie linéaire, et que le carbone est plus électronégatif que l'hydrogène.
38. On précise que la molécule d'eau a une géométrie coudée. Justifier que le cyanure d'hydrogène HCN est miscible en toute proportion dans l'eau (deux arguments sont attendus).

Au cours de la réaction 1 (Figure ??) il est précisé que l'on travaille en présence d'ions Na⁺ et HO⁻.

39. Donner le nom commun de l'espèce solide Na(OH). Préciser sa nature du point de vue acidobasique (acide ou base, fort ou faible).
40. Calculer la valeur du pH de la solution obtenue par dissolution totale d'une masse $m = 2,0$ g de Na(OH) dans un volume $V = 3,0$ L d'eau.

L'acide sulfurique est un diacide. On donne le diagramme de prédominance de ses différentes formes acido-basiques en figure ??.

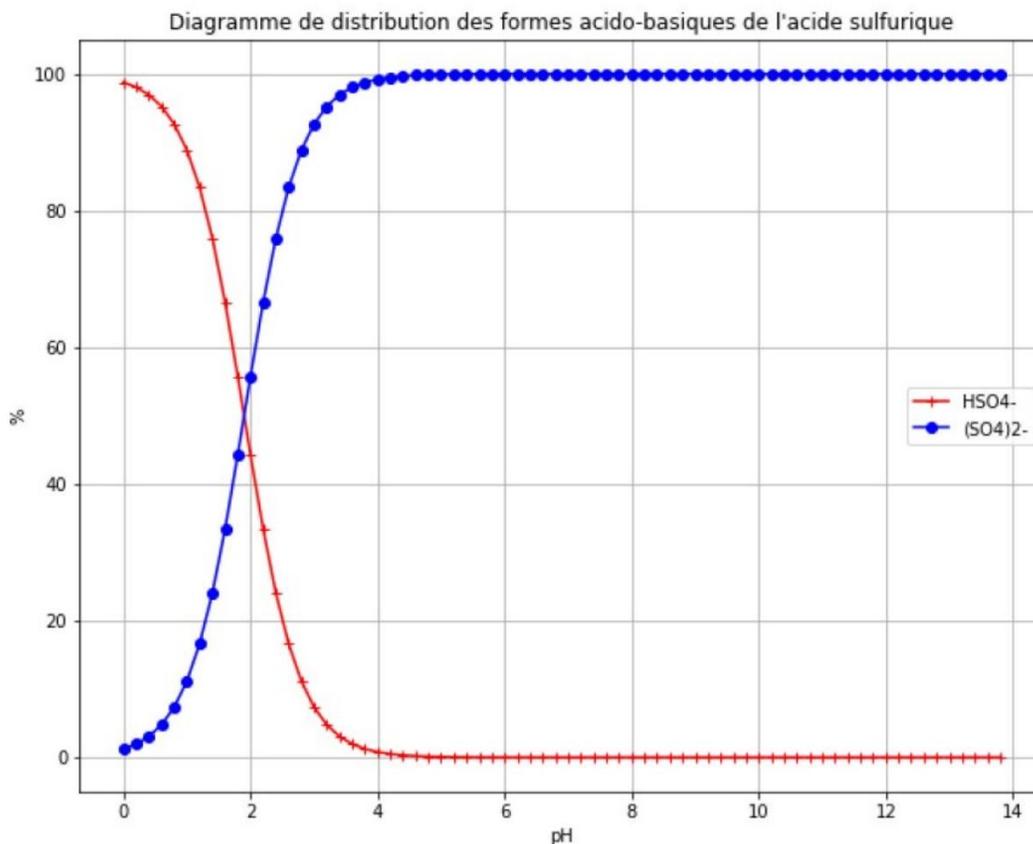


FIGURE 15 – Diagramme de prédominance des différentes formes acido-basiques de l'acide sulfurique.

41. Interpréter le fait que la forme H_2SO_4 ne figure pas sur ce diagramme.
42. Dédire de ce diagramme le $\text{p}K_a$ du couple $\text{HSO}_4^-/\text{SO}_4^{2-}$. Justifier clairement le raisonnement en écrivant notamment l'équation de la réaction associée à la constante d'acidité de ce couple.
43. Écrire le bilan de la réaction 3 sachant qu'il se forme du sulfate d'ammonium de formule $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$. Le MMA pourra être noté $\text{CH}_2 = \text{C}(\text{CH}_3)\text{COOCH}_3$.

5.2 Étude d'un sous-produit : le sulfate d'ammonium

À l'issue de la réaction 3, on souhaite séparer les différents constituants obtenus, dont le sulfate d'ammonium que l'on cherche à faire précipiter. Nous allons nous intéresser à la solubilité du sulfate d'ammonium.

44. Sachant que $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ se dissout dans l'eau sous la forme d'ions NH_4^+ et SO_4^{2-} , déterminer sa solubilité en quantité puis en masse à 25°C dans de l'eau pure.
45. Le milieu réactionnel de la réaction 3 présente une concentration initiale élevée en ions sulfate SO_4^{2-} . Expliquer comment est modifiée la solubilité de $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ dans une solution contenant déjà initialement des ions sulfate SO_4^{2-} par rapport à celle calculée dans l'eau pure.
Parmi les multiples applications du sulfate d'ammonium, il y a son utilisation comme engrais pour acidifier des sols alcalins.
46. Comment se nomme la base conjuguée de l'ion NH_4^+ . Écrire l'équation de la réaction qui modélise l'action de l'ion NH_4^+ sur l'eau. Calculer la valeur de la constante d'équilibre de cette réaction.
47. Calculer la valeur de la constante d'équilibre de la réaction de NH_4^+ avec HO^- . Proposer un adjectif pour qualifier la transformation chimique correspondante.

Cinétique de la polymérisation du PMMA

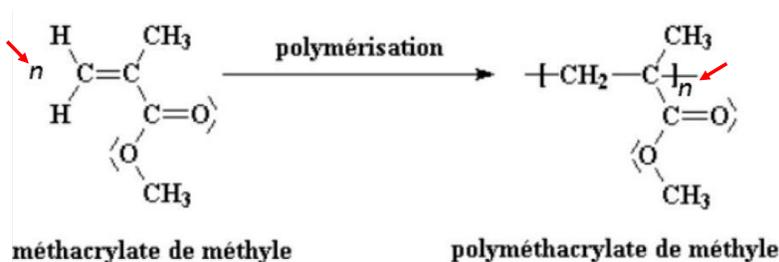


FIGURE 16 – Réaction de polymérisation du MMA en PMMA.

48. Dans un modèle simple la cinétique de réaction de polymérisation est d'ordre 1. Donner la forme de la loi de vitesse de la polymérisation de constante k en fonction de la concentration en monomère $[\text{MMA}]$. Préciser l'unité de k .
49. En déduire la loi d'évolution temporelle de la concentration en monomère MMA.
50. Établir la relation entre le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ et la constante de vitesse k .
51. Citer la loi d'Arrhénius. Dans le cas où la température de polymérisation varie de 50°C à 55°C , exprimer puis calculer la variation relative de la vitesse de polymérisation.

Données

Masse molaire de $\text{Na}(\text{OH})$: $M(\text{Na}(\text{OH})) = 40,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, du sulfate d'ammonium : $M((\text{NH}_4)_2\text{SO}_4) = 132,1 \text{ g/mol}$

Produit ionique de l'eau à 25°C : $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$ $\text{p}K_a$ du couple $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$: $\text{p}K_a = 9,2$

Produit de solubilité de $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ dans l'eau à 25°C : $K_s((\text{NH}_4)_2\text{SO}_4) = 773$

Énergie d'activation de la polymérisation du MMA : $E_a = 162 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Aide aux calculs :

$$\log(60) = 1,8 \quad ; \quad \log\left(\frac{8}{3}\right) = 0,4 \quad ; \quad \sqrt{773} = 27,8 \quad ; \quad \left(\frac{773}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = 5,78 \quad ; \quad 27,8 \times 132,1 = 3,67 \cdot 10^3 \frac{27,8}{132,1} = 0,210$$

$$; \quad 5,78 \times 132,1 = 764; \quad \frac{5,78}{132,1} = 4,38 \cdot 10^{-2} \quad ; \quad \exp\left(\frac{162}{8,31} \times \left[\frac{1}{50} - \frac{1}{55}\right]\right) = 1,036 \quad ; \quad \exp\left(\frac{162}{8,31} \times \left[\frac{1}{323} - \frac{1}{328}\right]\right) = 1,001$$

$$; \quad \exp\left(\frac{162 \cdot 10^3}{8,31} \times \left[\frac{1}{323} - \frac{1}{328}\right]\right) = 2,51$$